

串列叶栅流场计算

惠兆森* 吉桂明

【提要】 本文提出一个求解串列叶栅可压缩流动的方法。将广义库塔条件同时应用于前后列叶栅尾缘确定叶栅中的流量分配和出气角。整个流场是使用超松弛算法求解流函数得出的。

主题词 串列式叶片 叶栅 流场 计算

主要符号

ψ —流函数
 x, y —物理域座标
 ξ, η —计算域座标
 p^* —总压
 ρ —密度
 T^* —总温
 V —速度
 K, R —气体常数
 Ω —超松弛因子
 ΔP —静压升
 上角标
 k —迭代次数
 下角标
 i, j —分别为 ξ, η 方向的节点

机械 S_1 流面问题中的重要课题之一。[1]。众所周知,求解串列叶栅气动正命题的主要困难是:

1. 串列叶栅边界过于复杂。当使用有限差分方法时,边界处破碎网格很难处理;
2. 正确地确定缝隙中的流量分配;
3. 正确地确定叶栅出口气流角。

以往的计算多采用有限差分方法,使得边界处产生的破碎网格给求解气动方程造成困难。并且计算是在给定流量分配和出气角的情况下进行的^{[2] [3]}。

本文首次将贴体座标变换方法引入平面串列叶栅流场的计算[4]中,解决了破碎网格问题。利用广义库塔条件确定流量分配和出气角。计算结果与试验的比较表明,其计算精度是令人满意的。

一、前言

串列叶栅的流场计算和试验研究是透平

$$\begin{cases} \xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \\ \eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \\ \xi = \xi(x, y) \\ \eta = \eta(x, y) \end{cases}$$

通过方程(1)、(2)可以将一个任意形状的物理区域转变成一个矩形计算域图

二、座标变换

一般用于生成贴体座标曲线的方程为:

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta) \quad (x, y) \in D \quad (1)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \quad (x, y) \in \Gamma \quad (2)$$

1. 方程(1)(2)须做如下变换,即可求得 ξ, η 与 X, Y 的一一对应关系。

$$\begin{cases} a x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + J^2(p x_{\xi} + Q x_{\eta}) = 0 \\ a y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + J^2(P y_{\xi} + Q y_{\eta}) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

* 本文执笔 硕士

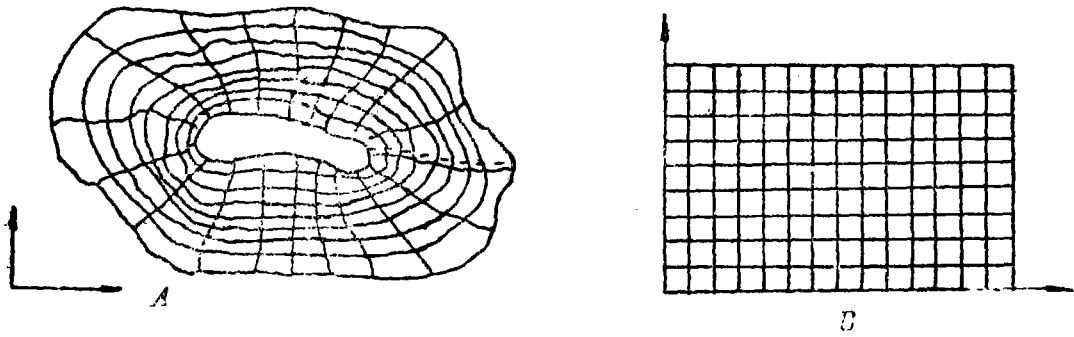


图1 座标变换方法

$$\begin{cases} x = x(\xi, \eta) \\ y = y(\xi, \eta) \end{cases} \quad (\xi, \eta) \in \Gamma' \quad (4)$$

其中：
 $\alpha = x_\xi^2 + y_\xi^2, \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta,$
 $\gamma = x_\eta^2 + y_\eta^2, \tau = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi.$

P, Q 是用来调整 ξ, η 分布状况的函数，一般取：

$$\begin{aligned} P(\xi, \eta) = & - \sum_{i=1}^n a_i \text{sign}(\xi - \xi_i) \exp(-c_i |\xi - \xi_i|) - \\ & - \sum_{i=1}^n b_i \text{sign}(\xi - \xi_i) \exp(-d_i \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} Q(\xi, \eta) = & - \sum_{i=1}^n a_i \text{sign}(\eta - \eta_i) \exp(-c_i |\eta - \eta_i|) - \\ & - \sum_{i=1}^n b_i \text{sign}(\eta - \eta_i) \exp(-d_i \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2}) \end{aligned} \quad (6)$$

式中 a, b, c, d 是选取的系数，其取值将影响 ξ, η 座标线的疏密程度及分布状况。

方程 (3) 化为：

$$\alpha z_{\xi\xi} - 2\beta z_{\xi\eta} + \gamma z_{\eta\eta} = f \quad (7)$$

为便于应用三对角方程解 (3) 式的泊桑方程，令 z 代表 $x, y, f = -J^2(Pz_\xi + Qz_\eta)$ 。

(7) 式各项均采用中心差分离散：

$$Az_{i,j}^{(k)} + Bz_{i,j-1}^{(k)} + Cz_{i,j+1}^{(k)} = F_{i,j}^{(k-1)} \quad (8)$$

其中： $A = \alpha, B = -2\alpha - 2\gamma, C = \alpha,$

$$\begin{aligned} F_{i,j}^{(k-1)} = & \frac{1}{2} \beta (z_{i,j-1}^{(k-1)} - z_{i,j+1}^{(k-1)} - z_{i-1,j}^{(k-1)} + z_{i+1,j}^{(k-1)}) - \\ & - \alpha (z_{i,j}^{(k-1)} + z_{i-1,j}^{(k-1)}) + (\Delta\xi)^2 f \end{aligned} \quad (9)$$

三、边界条件

串列叶栅求解区域如图 2 所示。1—2 与 12—11、3—4 与 10—9、5—6 与 8—7 都应满足周期性条件，1—12 与 6—7 分别为进出口边界，应满足牛曼条件，2—3 与 11—10 是迪里克莱边界。同普通单列叶栅

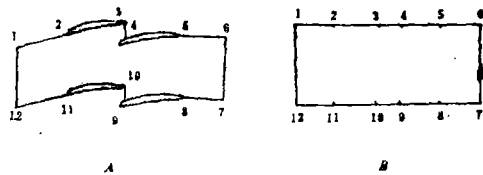


图2 串列叶栅变换方式

不同的是4—5与9—8的边界条件由广义库塔条件确定。

由流体力学可知，尾缘为尖角的翼型其尾缘应满足库塔条件，即尾缘后尖点处速度为有限值。而工程上叶为尾缘为一小圆，无法直接应用该条件。本文采用广义库塔条件，即 $|V_p| = |V_s|$ 、 V_p 、 V_s 分别是叶

栅尾缘两侧的速度。当前列叶栅尾缘满足广义库塔条件时，便确定了流量分配。同理，对后列叶栅可确定出气角。

四、流函数方程离散及求解

对平面叶栅，定常，等熵，无粘流函数方程为：

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (10)$$

在计算平面，变换为：

$$\begin{cases} \psi_x = (\psi_\xi \eta_\eta - \psi_\eta \eta_\xi) / J \\ \psi_y = (\psi_\eta x_\xi - \psi_\xi x_\eta) / J \end{cases} \quad (11)$$

$$\nabla^2 \psi = (\alpha \psi_{\xi\xi} - 2\beta \psi_{\xi\eta} + \gamma \psi_{\eta\eta} + \sigma \psi_\eta + \tau \psi_\xi) / J^2 \quad (12)$$

其中：

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \quad \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta,$$

$$\gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2, \quad \tau = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi,$$

$$\sigma = (\alpha x_{\xi\xi} y_\xi - 2\beta x_{\xi\eta} y_\xi + \gamma x_{\eta\eta} y_\xi - \alpha x_\xi y_{\xi\xi} + 2\beta y_{\xi\eta} x_\xi - \gamma x_\xi y_{\eta\eta}) / J$$

$$\tau = (\alpha y_{\xi\xi} x_\eta - 2\beta y_{\xi\eta} x_\eta + \gamma x_{\eta\eta} y_\eta - \alpha x_{\xi\xi} y_\eta + 2\beta x_{\xi\eta} y_\eta - \gamma x_{\eta\eta} y_\eta) / J。$$

方程(10)是非线性的，因为密度值 ρ 取决于未知量 ψ 。对已知的流函数 ψ 分布可由下式求得密度 ρ 。

$$\rho = \rho^* / (RT^*) \times \left[1 - \frac{K-1}{2} \times \frac{V^2}{KRT} \right]^{1/K-1} \quad (13)$$

采用九点中心差分格式离散方程：

$$\begin{aligned} & -2(\alpha + \gamma)\psi_{i,j} + \left(\alpha + \frac{\tau}{2}\right)\psi_{i+1,j} + \left(\alpha - \frac{\tau}{2}\right)\psi_{i-1,j} + \\ & + \left(\gamma + \frac{\sigma}{2}\right)\psi_{i,j+1} + \left(\gamma - \frac{\sigma}{2}\right)\psi_{i,j-1} - \frac{\beta}{2}(\psi_{i+1,j+1} - \psi_{i-1,j+1} - \\ & - \psi_{i+1,j-1} + \psi_{i-1,j-1}) \\ & = \frac{1}{4\rho_{i,j}} [(\rho_{i+1,j} - \rho_{i-1,j})(\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}) + (\rho_{i,j+1} - \rho_{i,j-1}) \times \\ & \times (\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1})] \end{aligned} \quad (16)$$

$$V^2 = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 \quad (14)$$

利用(11)、(12)方程(10)化为：

$$\begin{aligned} & \alpha \psi_{\xi\xi} - 2\beta \psi_{\xi\eta} + \gamma \psi_{\eta\eta} + \sigma \psi_\eta + \tau \psi_\xi \\ & = \frac{1}{\rho} [(\rho_\xi y_\eta - \rho_\eta y_\xi)(\psi_\xi y_\eta - \psi_\eta y_\xi) + \\ & + (\rho_\eta x_\xi - \rho_\xi x_\eta)(\psi_\eta x_\xi - \psi_\xi x_\eta)] \end{aligned} \quad (15)$$

式中 α 、 β 、 γ 、 J 、 σ 、 τ 均采用中心差分格式(略)。

迭代法, 简单而有效。方程(16)的超松弛形式是:

超松弛法是目前求解泊松方程最通用的

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^{(k+1)} = & \psi_{i,j}^{(k)} + \frac{\Omega}{2} \left[\left(\alpha + \frac{\tau}{2} \right) \psi_{i+1,j}^{(k)} + \left(\alpha - \frac{\tau}{2} \right) \psi_{i-1,j}^{(k)} + \right. \\ & \left. + \left(\gamma + \frac{\sigma}{2} \right) \psi_{i,j+1}^{(k)} + \left(\gamma - \frac{\sigma}{2} \right) \psi_{i,j-1}^{(k)} - \frac{\beta}{2} \times \right. \\ & \left. (\psi_{i+1,j+1}^{(k)} - \psi_{i+1,j-1}^{(k)} - \psi_{i-1,j+1}^{(k)} + \psi_{i-1,j-1}^{(k)}) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4\rho_{i,j}} [(\rho_{i+1,j}^{(k)} - \rho_{i-1,j}^{(k)}) (\psi_{i+1,j}^{(k)} - \psi_{i-1,j}^{(k)}) + (\rho_{i,j+1}^{(k)} - \rho_{i,j-1}^{(k)}) \times \right. \\ & \left. \times (\psi_{i,j+1}^{(k)} - \psi_{i,j-1}^{(k)})] / (\alpha + \gamma) - 2\psi_{i,j}^{(k)} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

每次算得的 ψ 值与前一次的 ψ 值比较,直到每一点都满足(18)式为止。

$$|\psi_{i,j} - \psi_{i,j}^{old}| / \psi_{i,j} < eps \quad (18)$$

其中 eps 是选择的误差控制精度。

程序计算框图如图3。

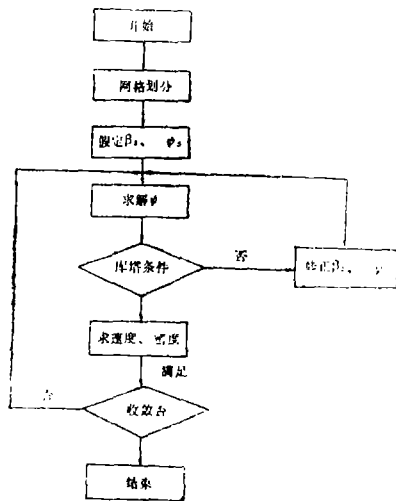


图3 流函数计算程序框图

五、算 例

本文对中弧线为抛物线的A40叶型的串列叶栅进行了流场计算。图4给出了计算结果与试验值的比较,其结果表明两者是吻合的。

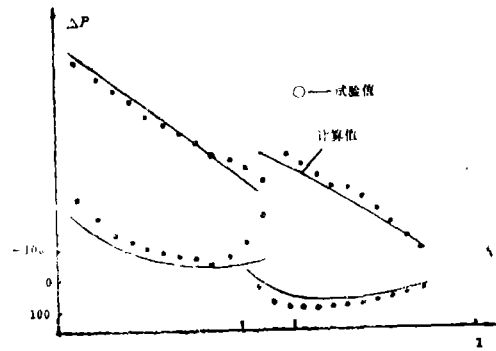


图4 计算结果和实验结果

从计算中可知,不能简单的把串列叶栅流场计算看做是分流叶栅流场计算的简单推广。因为串列叶栅缝隙处条件苛刻,广义库塔条件比分流叶栅难于满足[5]。

六、结 论

1. 本文首次将贴体座标变换方法引入串列叶栅计算中,对计算区域作了网格自动划分。避免了由于边界过于复杂造成的网格破碎问题。

2. 应用广义库塔条件解决了流量分配和出气角问题。

3. 由于边界的复杂性,串列叶栅流场求解较分流叶栅困难,不能简单的等同起来。(下转第9页)

(3) 与定距螺旋桨相比,变距桨的水下阻力很大,全功率下增加10%的船体阻力,而在巡航工况下增加6%的阻力,并且它的大修和修理均需在于船坞中进行。

考虑到上述因素,希望在船舱内实现机械倒车。为此苏联在新型的“勇敢”级导弹驱逐舰上已使用了倒车齿轮箱和定距螺旋桨。美国海军也已着手研究在舰用燃气轮机传动装置中采用可倒车的减速齿轮箱,从而使它的舰船可以与苏联战舰一样采用定距螺旋桨。

综上所述,为了提高推进效率、增加传递的功率,采用机械倒车齿轮和定距螺旋桨是动力轮系的发展方向。

5. 采用横向连接的传动方式

对于大、中型水面战舰,传统的做法是布置二个轴系。然而舰船90%的在航时间是在巡航速度以下工作。这时驱动各自螺旋桨的发动机将在很低的负荷下工作,其油耗将急剧增加。为此,美国已着手研究在燃气轮机与螺旋桨之间的功率传递中提供一种带有电力的横向交叉连接。在低负荷下,通过功

率传递,可使一台发动机同时驱动二个螺旋桨,从而使燃料消耗显著减少。

这种带有电力的横向交叉连接的机械传动,对于燃气轮机推进的舰船具有很高的吸引力。

通过上述努力,预期2000年时可用于舰船的新型燃气轮机,与目前的LM2500相比,将具有以下特点:

- (1) 单机功率的空气流量减少35%,从而使比功率显著增加。
- (2) 发动机热效率为43%,油耗率接近136克/马力小时。
- (3) 低功率下油耗保持不变,从而不需要单独设置巡航发动机。
- (4) 维护和监控可保证翻修期超过15000小时。
- (5) 推进系统由于可用能量的回收、齿轮和轴系技术的改进,从而使推进装置总的重量和体积均明显下降。

(吉桂明 编译)

(上接第4页)

本文作者对南航王立成老师的热情指导表示感谢。

参 考 文 献

1. 王保国,吴仲华:含分流叶栅或串列叶栅的 S_1 流面上可压缩流动矩阵解。工程热物理学报,5卷1期,1984.2.
2. Katsanis: Fortran program for calculating velocities on a Blade-to-Blade stream surface of a Tandem Blade Turbomachine, NASA TND 5044, 1969.
3. Katsanis: Revised Fortran program for calculating velocities and streamlines on a Blade-to-Blade stream surface of a turbomachine, NASA TM X-1764, 1969.
4. J. F. Thompson, F. C. Thams, and C. W. Mastin: Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear coordinate system for Fields containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies. Journal of computational physics, 15, 299, (1974).
5. 惠兆森:串列叶栅绕流计算及试验研究,硕士论文,1986.1.

JOURNAL OF ENGINEERING FOR THERMAL
ENERGY AND POWER

No.6 1986

CONTENTS

GAS TURBINES

1. Calculation of a tandem cascade flow field
.....*Hui Zhaosen, Ji Guimin* (1)

Abstract

This paper describes a method for calculating tandem cascade compressible flows. The generalized Kutta condition was employed simultaneously to the front and rear row cascade trailing edge and the flow distribution and outlet angles were determined. The flow field as a whole was calculated by solving stream functions, using a superrelaxation method.

2. Development prospects for naval gas turbines
.....Translated by *Ji Guiming* (5)

STEAM TURBINES

3. Some considerations concerning the internal moisture removal in a steam turbine flow path
..... *Sun Xianliang, Luo Chunxing* (10)

abstract

A brief account has been given of the principles and test methods regarding the internal moisture removal in a steam turbine flow path, among others, moisture removal in the guide vanes and moving cascades, moisture removal after static cascades and diaphragm moisture removal, special turbine stage moisture separator, as well as the effectiveness of enhancing small particle moisture removal. In addition, an appropriate analysis is given of the above-cited items along with some observations concerning the planning and development of research work in this regard in the People's Republic of China.

STEAM GENERATORS

4. An improved preliminary design for MSB marine main boiler
.....*Chen Qidu* (20)