

复杂转子整机振动计算

苏民 戴远建

(哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所)

〔提要〕 本文叙述了计算复杂结构转子整机振动的子结构传递矩阵法。介绍了相应的计算程序。对某一航空发动机实例进行了整机振动计算和分析

主题词 燃气轮机 振动 计算 临界转速

一、引言

目前在结构复杂的燃气轮机振动计算中,总是把转子和支承分离。不考虑机匣、基础来计算转子的振动,或不考虑转子的振动来计算基础振动。这样计算有其局限,特别是对于结构复杂轻型的燃气轮机转子,这样算的误差有时很大。

为了把支承和转子作为一个整体进行整机振动计算,国内外都作了大量研究工作。人们尝试用模态综合法、有限元法、阻抗耦合法等先进的振动理论来计算结构复杂的燃气轮机整机振动,但都由于模型复杂和计算工作量大而在实际应用中受到限制。

子结构传递矩阵法是针对复杂结构的转子以及它和机匣基础的联合振动计算而提出来的。它既有传递矩阵法简单、方便、明了的优点,又克服了传递矩阵法只能计算简单转子处理简单边界条件的缺点。子结构传递矩阵法不仅能对结构复杂的双转子进行计算,而且能考虑机匣基础,在小型的PC微机上进行整机振动求解。

利用子结构传递矩阵法,我们编制了整机振动计算程序 CSP (Critical Speed Program)。它能方便地对高、低压压气机转子,高、低压涡轮转子,动力涡轮转子,机匣基础组成的总体结构进行振动计算,求解临界转速、振型和外力作用下的响应。弥补目前在小型计算机上难以对复杂转子和基础作整机振动计算的缺陷。是计算复杂结构转子临界转速的一个简单、实用的方法。

二、计算原理

以图1的航空发动机模型为例,说明多转子结构计算原理。

对于图1的模型,若不考虑机匣和基础的影响可以把它简化为图2所示的双转子模型。

首先,对每个转子进行分隔,在其分离面上加上相应的力学参数 R_3 、 R_6 、 R_7 、

文稿收到日期:1988-09-02

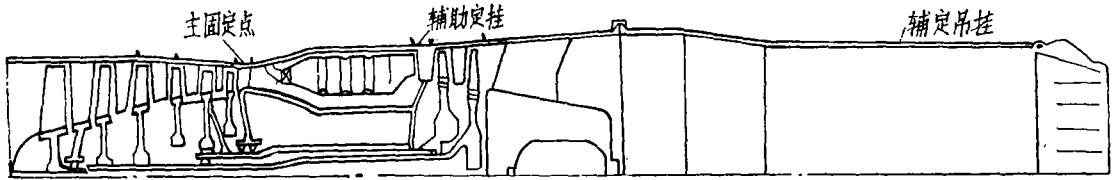


图 1 某航空发动机模型

R_{11} 、 R_{14} 、 R_{13} 、 R_{15} 和铰接处的 $\Delta\theta_5$ 变为图 3 所示的隔离体。

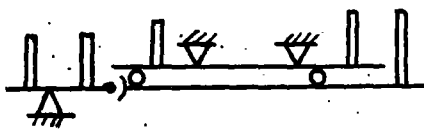


图 2 双转子简化

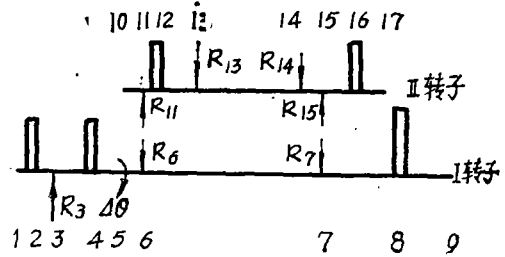


图 3 转子分隔

分离出来的未知参数再加上两个转子端的未知参数共有十二个未知参数： y_1 、 θ_1 、 R_3 、 $\Delta\theta_5$ 、 R_6 、 R_7 、 y_{10} 、 θ_{10} 、 R_{11} 、 R_{13} 、 R_{14} 、 R_{15}

利用模型的边界条件和两个转子之间的联接条件可以列出 12 个已知方程：

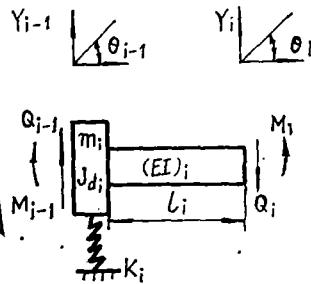


图 4 转子微元段

$$\begin{aligned}
 y_3 &= 0 & M_9 &= 0 \\
 M_5 &= 0 & \theta_9 &= 0 \\
 y_8 &= y_{11} & y_{13} &= 0 \\
 R_6 &= -R_{11} & y_{14} &= 0 \\
 y_7 &= y_{15} & M_{17} &= 0 \\
 R_7 &= -R_{15} & \theta_{17} &= 0
 \end{aligned}$$

利用材料力学可知对于图 4 所示的微元段传递矩阵为：

$$\begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} 1 + \frac{1^3}{6EI}(m\Omega^2 - K) & 1 + \frac{1^2}{2EI}J\Omega^2 & \frac{1^2}{2EI} & \frac{1^3}{6EI} \\ \frac{1^2}{2EI}(m\Omega^2 - K) & 1 + \frac{1}{EI}J\Omega^2 & \frac{1^2}{EI} & \frac{1^2}{2EI} \\ 1(m\Omega^2 - K) & J\Omega^2 & 1 & 1 \\ m\Omega^2 - K & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_i \begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_{i-1}$$

$$P_i = u_i P_{i-1} \dots \dots \dots (1)$$

利用此式，任一站的参数都可用它前面一站的参数递推而得到。这样就可以把已知边界条件化为含有 12 个未知参数的方程组。

例如 $y_3 = 0$ 可化为：
 $y_3 = y_1 y_3' + \theta_1 y_3'' = 0$

这里 y_3^{j1} 表示 y_1 为 1, 其余未知参数为 0 时用 (1) 式传递矩阵传递所得的第 3 站的 y 的数值。

$$\text{即 } y_3^{j1} = u_3 \cdot u_2 \cdot [1000]^T$$

其余各项类似

含 12 个未知数的 12 个边界条件方程为:

$$y_3 = y_1 y_3^{j1} + \theta_1 y_3^{01} = 0$$

$$M_5 = y_1 M_5^{j1} + \theta_1 M_5^{01} + R_3 M_5^{R3} = 0$$

$$y_6 - y_{11} = y_1 y_6^{j1} + \theta_1 y_6^{01} + R_3 y_6^{R3} + \Delta\theta_5 y_6^{\Delta\theta_5} - y_{10} y_{11}^{j10} - \theta_{10} Y_{11}^{010} = 0$$

$$R_6 + R_{11} = 0$$

$$y_7 - y_{15} = y_1 y_7^{j1} + \theta_1 y_7^{01} + R_3 y_7^{R3} + \Delta\theta_5 y_7^{\Delta\theta_5} + R_6 y_7^{R6} - y_{10} y_{15}^{j10} - \theta_{10} y_{15}^{010} - R_{11} y_{15}^{R11} - R_{13} y_{15}^{R13} - R_{14} y_{15}^{R14} = 0$$

$$- \theta_{10} y_{15}^{010} - R_{11} y_{15}^{R11} - R_{13} y_{15}^{R13} - R_{14} y_{15}^{R14} = 0$$

$$R_7 + R_{15} = 0$$

$$M_9 = y_1 M_9^{j1} + \theta_1 M_9^{01} + R_3 M_9^{R3} + \Delta\theta_5 M_9^{\Delta\theta_5} + R_6 M_9^{R6} + R_7 M_9^{R7} = 0$$

$$Q_9 = y_1 Q_9^{j1} + \theta_1 Q_9^{01} + R_3 Q_9^{R3} + \Delta\theta_5 Q_9^{\Delta\theta_5} + R_6 Q_9^{R6} + R_7 Q_9^{R7} = 0$$

$$y_{13} = R_{11} y_{13}^{R11} + y_{10} y_{13}^{j10} + \theta_{10} y_{13}^{010} = 0$$

$$y_{14} = R_{11} y_{14}^{R11} + y_{10} y_{14}^{j10} + \theta_{10} y_{14}^{010} = 0$$

$$M_{17} = R_{11} M_{17}^{R11} + R_{15} M_{17}^{R15} + y_{10} M_{17}^{j10} + \theta_{10} M_{17}^{010} + R_{13} M_{17}^{R13} + R_{14} M_{17}^{R14} = 0$$

$$Q_{17} = R_{11} Q_{17}^{R11} + R_{15} Q_{17}^{R15} + \theta_{10} Q_{17}^{010} + y_{10} Q_{17}^{j10} + R_{13} Q_{17}^{R13} + R_{14} Q_{17}^{R14} = 0$$

写成矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} y_3^{j1} & y_3^{01} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_5^{j1} & M_5^{01} & M_5^{R3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_6^{j1} & y_6^{01} & y_6^{R3} & y_6^{\Delta\theta_5} & 0 & 0 & -y_{11}^{j10} & -y_{11}^{010} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_7^{j1} & y_7^{01} & y_7^{R3} & y_7^{\Delta\theta_5} & y_7^{R6} & 0 & -y_{15}^{j10} & -y_{15}^{010} & -y_{15}^{R11} & -y_{15}^{R13} & -y_{15}^{R14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ M_9^{j1} & M_9^{01} & M_9^{R3} & M_9^{\Delta\theta_5} & M_9^{R6} & M_9^{R7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Q_9^{j1} & Q_9^{01} & Q_9^{R3} & Q_9^{\Delta\theta_5} & Q_9^{R6} & Q_9^{R7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_{13}^{j10} & y_{13}^{010} & y_{13}^{R11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_{14}^{j10} & y_{14}^{010} & y_{14}^{R11} & y_{14}^{R13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{17}^{j10} & M_{17}^{010} & M_{17}^{R11} & M_{17}^{R13} & M_{17}^{R14} & M_{17}^{R15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{17}^{j10} & Q_{17}^{010} & Q_{17}^{R11} & Q_{17}^{R13} & Q_{17}^{R14} & Q_{17}^{R15} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \\ R_3 \\ \Delta\theta_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ y_{10} \\ \theta_{10} \\ R_{11} \\ R_{13} \\ R_{14} \\ R_{15} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

即: $[A][P] = [0]$

此齐次线性方程组有解的充分必要条件是系数矩阵行列式值为零。

$$\Delta\Omega = |A| = 0$$

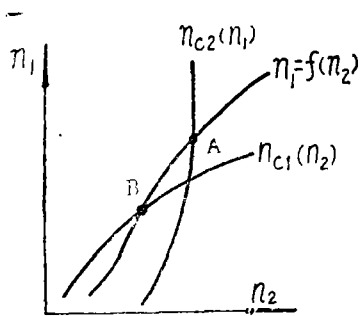


图5 临界转速点
A点为第二转子激起的临界转速点, 相应临界转速为(n_{c2}^1 、 n_{c2}^2)。B点为第一转子激起的临界转速点, 相应临界转速为(n_{c1}^1 、 n_{c1}^2)。

用迭代法求解此代数方程就可得临界转速。若传递矩阵(1)式的 Ω 取为第一转子转速, 则迭代求得临界转速为第一转子所激起的临界转速 n_{c1} , 若 Ω 取为第二转子转速, 则迭代求得临界转速为第二转子所激起的临界转速 n_{c2} 。

n_{c1} 随 n_2 而变, n_{c2} 随 n_1 而变。实际运行中 n_1 和 n_2 有一定关系: $n_1 = f(n_2)$

A点为第二转子激起的临界转速点, 相应临界转速为(n_{c2}^1 、 n_{c2}^2), B点为第一转子激起的临界转速点, 相应临界转速为(n_{c1}^1 、 n_{c1}^2)。

三、程序考证

把图1的发动机模型简化为图6所示的双转子模型。两个转子共分为34段。每一段的物理参数从略。

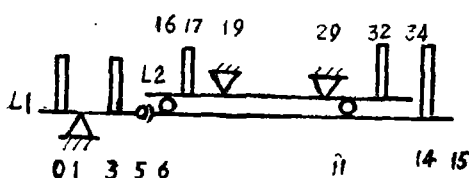


图6 双转子模型

计算结果绘制成图7。

其中 n_{c1}^1 表示第一转子激起的第一阶临界转速, n_{c2}^2 为第二转子激起的第一阶临界转速。其它各曲线的意义类同。

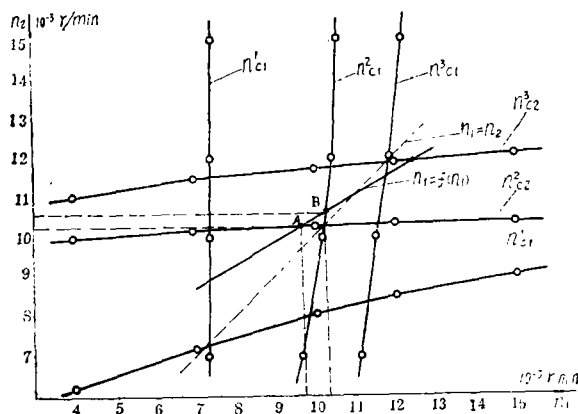


图7 双转子系统计算结果

曲线与实际运行中高压和低压转子转速关系曲线的交点就是临界转速点。从图中可知临界转速为:

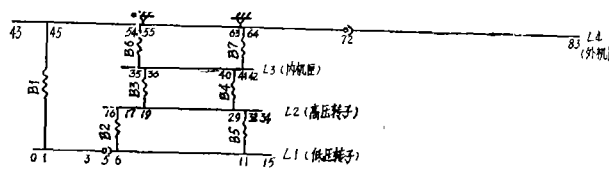
		第一阶	第二阶	第三阶
L1 转子激起的临界转速	L1 转子转速	7400	10 300	11 700
	L2 转子转速	8900	10 550	11 400
L2 转子激起的临界转速	L1 转子转速		9 700	12 500
	L2 转子转速		10 200	11 900

资料[1]中也对此发动机模型简化为双转子系统进行求解。其计算结果为(下页表); 两表数据比较相对误差小于3.6%。说明所编 CSP程序正确可靠。

		第一阶	第二阶	第三阶
L1 转子激起的临界转速	L1 转子转速		10 650	
	L2 转子转速		10 950	
L2 转子激起的临界转速	L1 转子转速		9 800	
	L2 转子转速		10 350	

四、四个转子的计算实例

实际振动总是高、低压转子，内、外机匣及基础一起联合振动。所以本例把图 1 简化为图 8 这样比较接近实际的四个转子模型进行计算。四个转子共分 83 段，各段参数取自北京航空学院 405 教研室提供的数据。



四个转子的计算原理与双转子系统类同，计算结果见图 9。

图 8 四转子计算模型

图中各曲线意义与双转子计算时相同。

图中 ABCDE 各点临界转速点。它们所对应的临界转速列于下页表中：

计算中各支承刚度系数取自北航提供的实验数据：分别为：

$$B_1 = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}$$

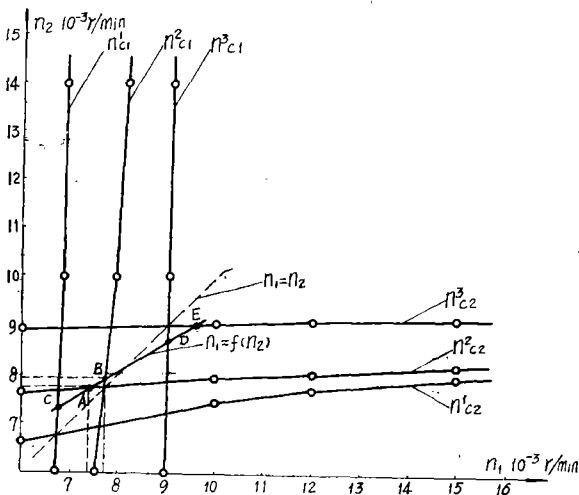


图 9 四个转子计算结果

$$B_2 = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm,}$$

$$B_3 = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}$$

$$B_4 = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm,}$$

$$B_5 = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}$$

$$B_6 = 1.52 \times 10^6 \text{ kg/cm,}$$

$$B_7 = 5.84 \times 10^5 \text{ kg/cm}$$

四转子计算结果表:

		第一阶	第二阶	第三阶
L1转子激起的临界转速	L1转子转速	6750	7700	9000
	L2转子转速	7300	7900	8700
L2转子激起的临界转速	L1转子转速		7400	9500
	L2转子转速		7700	9000

与不考虑内外机匣的双转子系统临界转速比较可以看出,考虑内外机匣和支承的影响后临界转速要相应地降低10%~20%,有的甚至降低25%。

利用本程序计算的关键问题之一是要准确地把复杂的燃气轮机结构及其基础简化为质量弹性杆系统。此简化工作量较大,也易产生较大误差。第二个问题是整机振动计算中普遍存在的一个难以解决的问题即支承总刚度和联接刚度的确定问题。燃气轮机一般都是轻型结构,柔性支承,支承刚度较小,故通常不能作为刚性支承处理。支承总刚度及联接刚度主要包括油膜刚度和支承刚度,油膜刚度目前已有理论计算方法^[5],可以计算出刚度和阻尼系数。但支承刚度由于地基和支架的复杂性,目前还没有有效的分析方法。一般都是通过实测来确定支承刚度^[6]。现在也有人用大型通用动力分析计算程序来对基础作有限元振动分析,从而近似确定整个支承系统的刚度。

五、结 论

1. 所编的临界转速及振动分析程序CSP是可靠的,子结构传递矩阵法是计算整机振动的一个简便、实用的办法。CSP程序具有如下功能:

- (1) 程序能对单转子、双转子、四个转子或多转子求解临界转速和相应的振型曲线。
- (2) 程序能对单跨转子、多跨转子,用各种联轴节联接的轴系求解临界转速和相应的振型。
- (3) 在任一外力激振下,程序能求解其振动响应曲线。
- (4) 程序能考虑支承刚度,各轴及转子之间的联接刚度,转动惯量对临界转速的影响。

2. 通过固定支承的双转子系统计算和把双转子以及内外机匣、基础作为一个整体联合求解可以得出:考虑内外机匣及支承的振动所求得临界转速要比不考虑内外机匣及支承所算得临界转速有时降低10%~20%。这说明不考虑整机振动而单将转子拿出来计算临界转速有时存在较大误差。

3. 本程序所采用的子结构传递矩阵法,简单、稳定、可靠。它克服了一般传递矩阵法只能计算单转子的缺陷,又比有限元法、模态综合法、阻抗耦合法方便实用。目前国

内在小型机上没有有效的办法来求解难度较大的整机振动的情况下,子结构传递法是一种切实可行的办法。

4. 利用子结构传递矩阵法的计算精度与模型简化误差关系很大,因此一定要求模型简化要合理准确。特别是支承刚度和联接刚度要准确地取定。

本文承蒙汪幅华高级工程师审核,在研究中得到北京航空学院四〇五教研室李其汉、朱梓根两位副教授的热情帮助,在此一并表示感谢。

参 考 资 料

- (1) YAN LITANG: Dynamic Analysis of Complex Composite Rotor System with Substructure Transfer Matrix Method, ASME PAPE, 85-GT-74.
- (2) 北京航空学院四〇五教研室: 结构系统动力特性分析, 1988
- (3) 钟一谔 何衍宗 王 正 李方译编: 转子动力学. 清华大学出版社
- (4) 顾家柳等编著: 转子动力学, 国防工业出版社
- (5) 张古明 朱均: 流体动压轴承润滑理论, 西安交通大学讲义, 1982
- (6) 张汉英: 国产 300MW 汽轮发电机组轴承座—基础系统机械阻抗实测及模态参数识别. 动力工程, 1985

Dynamic Analysis of Complex Composite Rotor Systems

Su Min, Dai YuanJian

(Harbin Marine Boiler & Turbine Research Institute)

Abstract

The dynamic analysis of a multi-rotor system and complex complex composite system with the substructure transfer matrix method is presented. A computation program is introduced. The critical speed of a multi-rotor system with a flexible support is calculated and an analysis is made.

Key words: gas turbine, vibration, calculation,
critical speed