

# 透平端壁湍流分离一再附边界层计算

康 顺 刘凤君

(哈尔滨工业大学)

〔提要〕 本文根据Veldman的边界层与势流相互作用模型,提出了一种带有湍流分离气泡的端壁边界层的计算方法。本文给出的计算方法适用于由凸台、凹槽、后台阶、壁面扩张角较大及根部反动度为负等因素引起的带有湍流分离气泡的边界层的计算,并且具有计算时间短,节省计算机内存等特点。

主题词 涡轮叶栅 通流部分 边界层 计算方法

## 一 引 言

由于透平机械通流部分内、外壳几何形状的急剧扩张或突变,使得在叶栅端壁附近的流动显得极其复杂。大量的实验表明,端壁存在着多种形式的旋涡运动和边界层分离。由于在透平机械中气体流动的雷诺数一般比较高,而且湍流度也较大,所以,端壁边界层基本上处于湍流状态。逆压力梯度是决定湍流边界层分离的一个重要因素。除压气机外,逆压力梯度在透平中也是经常遇到的,例如,涡轮机端壁上的后台阶或凸台边界上的扩压流动(见图1和图2);涡轮机低压级外壁扩张角较大时引起的扩压流动;根部反动度为负值时引起的扩压流动(见图3)。然而,由这种扩压流动引起的边界层分离往往在下游不远处即可终止,即边界层分离后又重新附体。这样,便在透平机械端壁上形成湍流分离气泡,见图1、图2和图3所示。

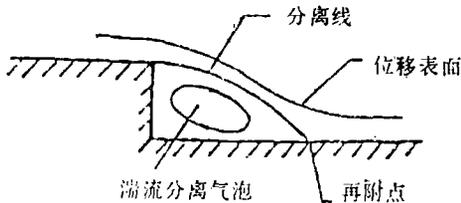


图1 凸台流动

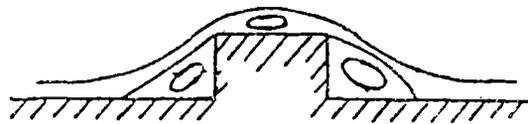


图2 后台阶流动

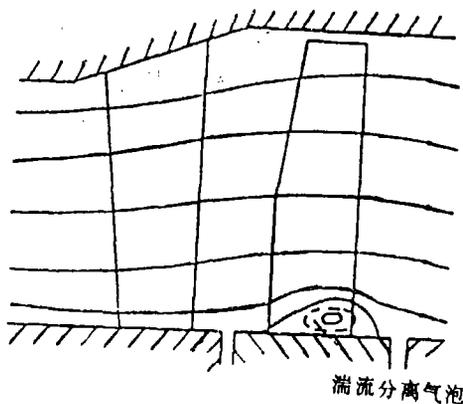


图3

湍流边界层分离以后,边界层与无粘流之间存在着强烈的相互作用。常规的边界层与无粘流相互作用的计算方法是给定排挤厚度 $\delta^*$ 的分布,然后用反解边界层与势流求解进行迭代,逐次修正排挤厚度,直至由反解边界层得到的压力和势流求解得到的压力之间的误差达到给定的精度为止。考虑到这样的常规迭代方法计算时间冗长,且收敛速度慢,Veldman〔1〕基于Stewartson的三层理论〔2〕,提出了一种无粘流和边界层相互作用模型。他认为,流体在排挤表面上的速度是势流值 $w_e'$ 与由粘

性引起的扰动速度 $w_e' \delta^*$ 的线性组合, 而 $w_e' \delta^*$ 可由不可压薄翼理论求得。我们曾根据这一方法提出了一种带有分离气泡的叶片表面上层流边界层的计算方法<sup>[3]</sup>, 作为对该项工作的继续, 本文将这一方法用于端壁湍流分离气泡边界层的计算。

我们根据 Veldman 的相互作用模型, 应用文[4]建立的端壁边界层积分方程, 并采用传输性能较好的 Lag-Entrainment<sup>[5]</sup> 湍流边界层计算方法, 对带有分离气泡的叶栅端壁边界层进行了计算研究。应用文中所述方法, 我们首先对沟槽形壁面<sup>[6]</sup>进行了计算, 得到了满意的结果。然后, 对具有较大扩张角的透平壁面进行了计算研究。根据计算出来的排挤厚度和流量系数分别修正了 $S_2$ 流面势流的计算。

## 二 边界层方程

本文在计算端壁边界层时, 采用文[4]提出的端壁边界层计算方法。对于直端壁或倾斜角较小的端壁, 端壁边界层方程为:

$$\frac{1}{\rho_e r_0 \tau} \frac{\partial}{\partial x'} [\rho_e r_0 \tau (w_e')^2 \theta] + w_e' \frac{\partial w_e'}{\partial x'} \cdot \delta^* - \frac{D}{\rho_e} = \frac{\tau_w}{\rho_e} \quad (1)$$

式中  $D = \int_0^\delta \frac{r}{r_0} (\rho f_1 - \rho_e f_e') dx^2$  表示叶片力亏损

计算湍流边界层的两个补充方程 (引自文献[5])

$$\theta \frac{dH}{dx} = \frac{dH}{dH_1} \left[ C_E - \frac{H_1}{w_e'} \frac{d}{dx} (w_e' \theta) \right] \quad (2)$$

$$\frac{dC_E}{dx} = F \left[ 2.8 \left( C_{\lambda}^{\frac{1}{2}} - C_{\lambda}^{\frac{1}{2}}{}_{EQ} \right) + \left( \frac{\delta}{w_e'} \frac{dw_e'}{dx} \right)_{EQ} - \left( \frac{\delta}{w_e'} \frac{dw_e'}{dx} \right) \right]$$

其中

$$F = (0.02C_E^2 + 0.02C_E + 0.2667C_{i_0}) / [(0.01 + C_E)(H + H_1)]$$

$$C_{\lambda} = 0.32C_{i_0} + 0.024C_E + 1.2C_E^2$$

$$C_{\lambda}{}_{EQ} = 0.32C_{i_0} + 0.024(C_E)_{EQ} + 1.2(C_E)_{EQ}^2$$

$$C_{i_0} = 0.01013 / (\log R_0 - 1.02) - 0.00075$$

$$C_i = C_{i_0} \left[ 0.9 / \left( \frac{H}{H_0} - 0.4 \right) - 0.5 \right]$$

$$1 - \frac{1}{H_0} = 6.55 \sqrt{\frac{1}{2} C_{i_0}}$$

$$H_1 = 3.15 + \frac{1.72}{H-1} - 0.01(H-1)^2$$

## 三 Veldman相互作用模型

为避免常规的边界层与势流迭代解法耗时多的缺点, Veldman<sup>[1]</sup>提出一种粘性流与无粘流的相互作用模型。他认为, 在求解边界层方程时, 速度 $w_e'$ 不再是已知量, 而是要受到

边界层解的影响,认为 $w_e'$ 是势流值 $w_{e0}'$ 和由于粘性效应引起的扰动速度 $w_e'_{\delta^*}$ 之和

$$w_e' = w_{e0}' + w_e'_{\delta^*} \quad (4)$$

式中  $w_e'_{\delta^*}$  由下式求得

$$w_e'_{\delta^*} = \frac{1}{\pi} \oint_a^b \frac{d}{d\xi} (w_e' \cdot \delta^*) \frac{d\xi}{x - \xi} \quad (5)$$

$[a, b]$  为相互作用域, “ $\oint$ ” 表示积分取柯西主值。引用梯形公式可将上式离散。

#### 四 边界层计算方法

本文计算的物理模型是具有湍流分离气泡的端壁边界层。在分离点之前应用边界层正解法, 已知 $w_e'$ , 由式(1), (3) 求出边界层参数 $\theta$ ,  $\delta^*$ 等。在分离点附近改用边界层反解法, 即假设 $\delta^*$ 为已知, 求出壁面压力和边界层其他参数。由式(1)、(2)和(3)用于反解法的方程组可写为

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= f_1(\theta, w_e', C_E, \delta^*) \\ \frac{dw_e'}{dx} &= f_2(\theta, w_e', C_E, \delta^*) \\ \frac{dC_E}{dx} &= f_3(\theta, w_e', C_E, \delta^*) \end{aligned} \quad (6)$$

在求解上述方程组时,  $\delta^*$ 的初值可假设为平板解。若令由此方程组解出的速度为 $w_{eB}'$ , 由 Veldman 相互作用模型求出的边界层外缘速度为 $w_{eI}'$ , 则 $\delta^*$ 的第 $(n+1)$ 次迭代值可由 Carter 干扰律给出

$$\bar{\delta}_{n+1}^* = \delta_n^* \cdot \frac{w'_{eB}}{w'_{eI}} \quad (7)$$

然后由松弛公式

$$\delta_{n+1}^* (1 - \omega) \delta_n^* + \omega \cdot \bar{\delta}_{n+1}^* \quad (8)$$

进行松弛。式中 $\omega$ 是松弛因子。收敛准则为

$$\left| \frac{w'_{eB} - w'_{eI}}{w'_{eI}} \right| \leq \varepsilon \quad (9)$$

$\varepsilon$ 一般取 $5 \times 10^{-5}$ 。

#### 五 计算结果与讨论

我们知道, 凹槽形的端壁边界在透平机械中是经常出现的。本文首先对这一情形进行了计算。图4选自文[6]。计算结果与文献[7]的结果比较表明, 本文提出的方法是可行的(图6)。

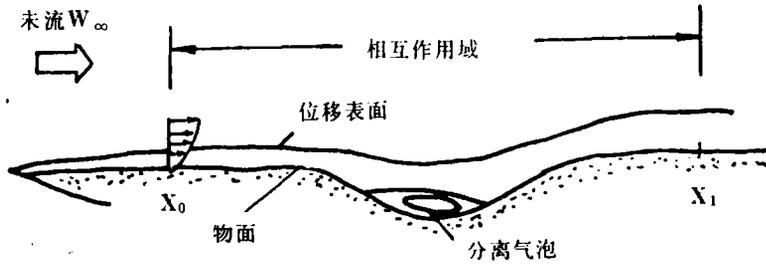


图 4 凹槽流动示意图

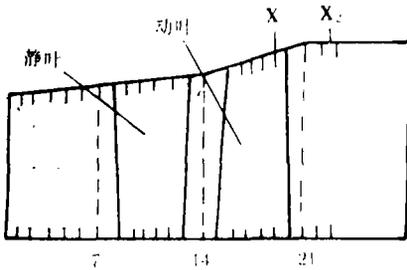


图 5 通流部分计算域

另外，我们又以 $S_2$ 流面势流解为基础，在平行流动的假设下，对透平端壁边界层进行了计算。在外壁动叶出口附近，由于外壁的扩张角较大可能产生局部的扩压流动，见图 5 中的 $[x_1, x_2]$ 区域。我们在用边界层正解法计算时，求出的边界层参数在此区域呈现奇性。因此，我们在 $[x_1, x_2]$ 内改用边界层反解法与Veldman相互作用模型进行迭代，避免了奇性，得到了合理的结果（见图7）。

在上述计算结果的基础上，我们分别用排挤厚

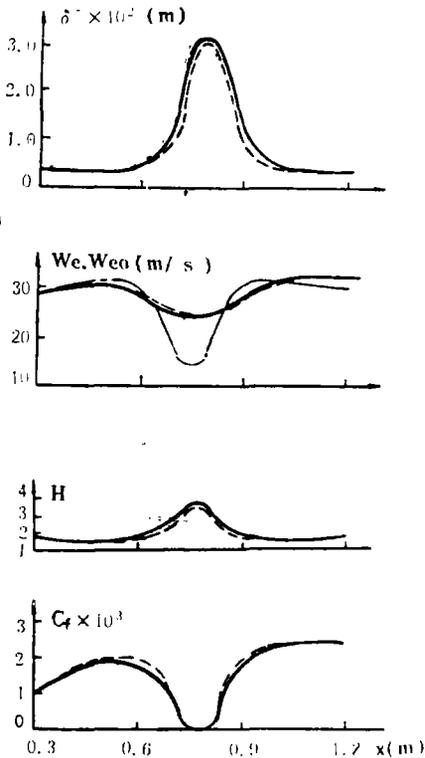


图 6 凹槽流动计算曲线

— · — · — 势流解  
 - - - - 文献[7]  
 ———— 本文计算

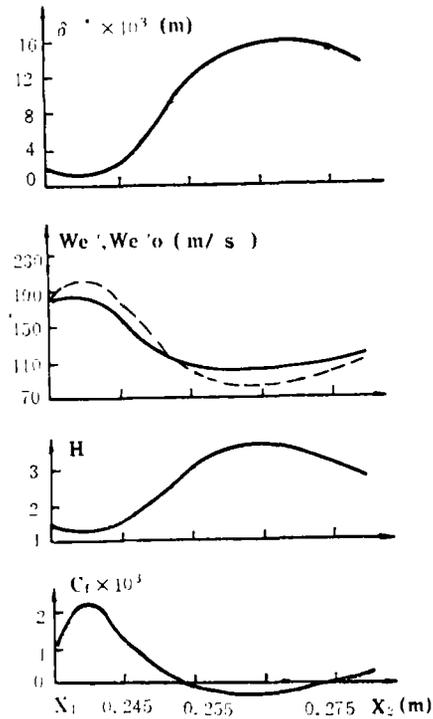


图 7 透平外环壁分离气泡区 $[X_1, X_2]$ 边界层参数的分布

— · — · —  $We'_0$   
 ————  $We'$

度和流量系数修正了 $S_2$ 流面的势流解。其中，流量系数 $\xi_G$ 的定义是

$$\xi_G = \frac{r_t^2 - r_h^2}{(r_t - \delta_t^*)^2 - (r_h + \delta_h^*)^2}$$

式中角标“t”和“h”分别表示顶部和根部。 $r$ 为半径，只要知道了边界层的排挤厚度即可求出 $\xi_G$ 。

用排挤厚度修正 $S_2$ 流面势流解，物理概念清晰，但需要重新计算网络。在湍流分离气泡区域，由于排挤厚度较大，修正后的 $S_2$ 流面势流解与原来势流解在端壁附近有明显的差异，即由于粘性的阻塞使得端壁附近子午流动加速，而在主流核心区域，其差异较小（图8c, 8d, 8e）；在分离点之前的区域，修正后的 $S_2$ 流面势流解与原势流解的径向变化趋势基本一样（图8a, 8b）。这些结果和理论分析是一致的。

用流量系数 $\xi_G$ 修正 $S_2$ 流面势流解时，不需要重新计算网络。但是，由计算结果（图8c, 8d, 8e）可以看出，在湍流分离气泡区域，即排挤厚度较大时，修正后的 $S_2$ 流面势流解与原势流解在端壁附近及主流核心区域的差异程度基本一样。这主要是由于用流量系数 $\xi_G$ 修正 $S_2$ 流面势流解时，流量系数沿叶高保持不变，使得本来集中在端壁附近的粘性对气体流动的影响在流道内沿叶高平均分配，这与高雷诺数下流体粘性的影响主要表现在壁面附近的理论解释不相符。

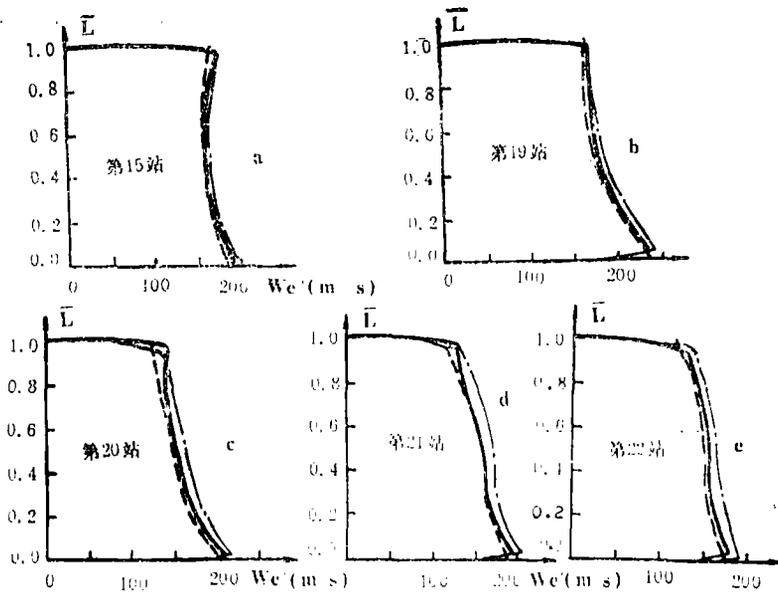


图 8 部分计算站上轴向速度沿叶高分布

- $S_2$ 流面势流解
- 用 $\delta^*$ 修正后的 $S_2$ 流面势流解
- · - · - 用 $\xi_G$ 修正后的 $S_2$ 流面势流解

$\bar{L}$  相对叶高

通过比较表明，在排挤厚度较大时，用排挤厚度修正势流解较合理；在边界层无分离时，用流量系数或排挤厚度修正势流解是合适的。不过，用排挤厚度修正势流解会导致不规则的子午流通形状。

(下转第11页)

果漂移较大。然而上述推导过程是采用二端自由。由于叶片基本上可以看成是薄壳，在扭转时产生翘曲是很小的。所以对长，薄叶片，微振动时和实际结构吻合较好。

### 四 计算实例

利用本文提供的方法，对某机型压气机前三级叶片进行了核算。

将叶片的叶型参数分别输入计算机使其自动插值形成分段连续的变截面柱体。表1是

表 1

方法 \ 级号	第一级	第二级	第三级
共振法	1102	1152	1739
模态法	1100	1150	1709
有限元法	1168	1159	1828
有限差分法	1040	1074	1564
有限差分法和实验值相差的百分比	5.6%	6.7%	9.2%

(上接第16页)

### 六 结 论

对计算结果的分析表明，当透平机械端壁存在边界层分离时，考虑了边界层因素后的S<sub>2</sub>流面势流解在端壁附近更接近真实的解，并且与未修正的S<sub>2</sub>流面势流解在端壁附近有较大的差异。当存在分离气泡时，以排挤厚度δ\*修正S<sub>2</sub>流面势流解比较合理；在无分离气泡时，用流量系数ξ<sub>c</sub>和排挤厚度δ\*修正S<sub>2</sub>流面势流解都比较合适。本文所述方法适用于由凸台、凹槽、后台阶、端壁扩张角较大及根部反动度为负等因素引起的带有分离气泡的湍流边界层计算。

### 参 考 文 献

- [1] Veldman A.E.P., *AIAA Paper* 81-4010
- [2] Stewatson K., *Advances in Appl. Mech.*, 1974. (14)
- [3] 康顺, 王仲奇, *ASME Paper* 87-GT-133
- [4] 康顺, 刘凤君, 王仲奇, 《中国工程热物理学会论文》·No.872052
- [5] Green J.E., Weeks, L.J., and Brookman, J.W.F., *AR.C.R. & M.* 3791(1973).
- [6] Carter J.K., *NASA TR-R-447*, 1975.
- [7] Chen Z.L., and Wu, J.M., *AIAA Paper* 84-0267.

对叶片基频的实验值和计算值的比照。

由于有限差分格式中步长的限制，一般情况下，该方法计算低频精度较高。当然在计算高频时亦可采用移位迭代法提高其精度。

从基频的比较看前二级的精度比第三级高。其原因有两个 (1) 前二级叶片是镰刀型叶片和椭圆断面形状比较相近，而第三级叶片是流线型与椭圆断面相差较远。(2) 前二级叶片叶身较长。

本文曾得到李斐，刘玉洁同志的大力协助，在此深表谢意。

### 参 考 文 献

- [1] 徐芝纶, 弹性力学(上册) 人民教育出版社 1979
- [2] 李庆扬等, 数值分析 华中工学院出版社 1982
- [3] 战同胜, 数值计算方法 大连工学院 1986
- [4] 汤姆逊, W.T. *Theory of Vibration With Applications*, Prentice-Hall, INC Englewood Cliffs, New Jarsey 07632

(渠源沥编辑)

# JOURNAL OF ENGINEERING FOR THERMAL ENERGY AND POWER

No.3, 1989

## CONTENT

1. **The structural design of a marine gas turbine LP compressor**.....  
.....Li Fei, Ju Shili, Zhao Yousheng  
.....Sheg Huiyu, Yuan Zengshou (1)

### *Abstract*

As a companion piece to a previous paper by the same authors (Reference [1]), this article sets forth the structural design features of a new LP compressor of a marine gas turbine. Its development success, component tests and the tests of the compressor as a whole have shown that the compressor has met the requirements of the second generation marine engines in respect of reliability, long life, maintainability and adjustability.

*Key Words:* marine gas turbine, axial compressor, structural design

2. **The finite difference method for calculating the tensional vibration of turbine blades**..... Sun Baitao (8)

### *Abstract*

This paper presents an approximate method for calculating the tensional vibration of unshrouded turbine blades. This method has the following merits: simplified data processing, low requirements in internal storage, satisfactory accuracy in engineering calculations, etc. With regard to the feasibility of the method, some systematic explanation and calculation examples are given.

*Key Words:* turbine, blade vibration, calculation method

3. **Calculation of turbine end wall turbulence separation and re-attachment of the boundary layer**.....Kang Shun, Liu Fengjun (12)

### *Abstract*

On the basis of Veldman model of interaction between a boundary layer and potential flow, this paper describes a method for calculating end wall boundary layers with turbulence separation bubbles. The recommended method is suitable for calculating boundary layers with turbulence separation bubbles caused by such factors as bosses, grooves, rear shoulders, relatively large wall surface expansion angles or negative root reaction. It features short calculation time, significant economy in computer internal storage, etc.

*Key Words:* turbine cascade, flow path, boundary layer, calculation method