

带有可调喷嘴的分轴燃气轮机解耦器和控制器的设计—复变方法

吕泽华 (清华大学)

〔提要〕 本文简要介绍了将经典控制理论中行之有效的频率方法和根轨迹方法推广至多变量系统的复变方法,以及用分频段补偿法设计解耦器和用超前校正环节进行多变量系统的校正设计的方法。带有可调喷嘴的分轴燃气轮机是多输入,多输出的系统,其内部存在复杂的相互间的交连,由其构成的多变量反馈控制系统是非最小相位系统,其解耦器和控制器的设计十分困难。本文以其为例,应用线性多变量反馈系统分析的复变方法分析其稳定性和设计解耦器和控制器,仿真计算结果表明,设计是较为满意的。

主题词 燃气轮机 可调导叶 控制系统 数学分析

一、线性多变量反馈系统分析的复变方法

1. 控制对象

控制对象的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (1)$$

其传递函数矩阵 $G(s)$ 可描述为

$$G(s) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{S} \cdot \mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (2)$$

2. 反馈系统

设一般闭环系统的结构如图1所示。

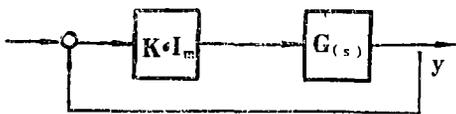


图1 一般闭环系统

3. 特征增益函数

$G(s)$ 的特征方程为

$$\begin{aligned} \Delta(g, s) &= \det(g\mathbf{I}_m - G(s)) \\ &= g^m(s) + a_1(s)g^{m-1}(s) \\ &\quad + \dots + a_m(s) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $g(s) = -\frac{1}{k}$ 称为特征增益函数。

4. 特征增益函数的频率曲面

特征增益函数 $g(s)$ 的 m 个特征增益值 $g_1(s), \dots, g_m(s)$ 需要 m 个复平面来描述,称为

特征增益函数的频率曲面。

5. 广义根轨迹图

特征增益函数 $g(s) = -\frac{1}{k}$ ，随着实控制变量 k 的变化，闭环极点所勾划出的图形等价于 $g(s)$ 的 -180° 等位相曲线，所以 $g(s)$ 的 -180° 位相图即是多变量的根轨迹图，由其易于判断系统的稳定性。

6. 广义乃奎斯特图和广义乃奎斯特稳定性判据

当 $S = j\omega$ 时，特征增益函数的值 $g(j\omega)$ 在 m 页的频率曲面上所形成的曲线称为特征增益轨线。由广义乃奎斯特稳定性判据可知：特征增益轨线集合绕临界点 $(-\frac{1}{k} + jo)$ 反时针方向圈数的净和等于 $G(s)$ 在右半平面极点数之和时，闭环系统稳定。当 $G(s)$ 在右半平面没有极点，也即开环稳定的系统，闭环稳定的条件是：特征增益轨线集合不能顺时针地包围临界点 $(-\frac{1}{k} + jo)$ 。

7. 控制器设计的分频段补偿法

在如图 1 所示的闭环控制系统中加入控制器 $K(s)$ ，一般很难求得能使传递矩阵 $G(s)$ 在全频段都实现解耦的控制器，而设计在高、低、中三个频段上分别使 $G(s)$ 实现解耦的 $K(s)$ 却是可行的。加入控制器 $K(s)$ 后的开环传递函数矩阵 $Q(s) = G(s)K(s)$ ，相应的特征方程为

$$\det[q(s)I_m - Q(s)] = 0 \tag{4}$$

当已知 (4) 式的特征值 $g_i(s)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 时，(4) 式可写为

$$[q(s) + q_1(s)] \cdots [q(s) + q_m(s)] = 0 \tag{5}$$

与特征值 $q_i(s)$ 相应的独立的特征向量设为 $W_i(s)$ ($i = 1, 2, \dots, m$)，称作特征方向。则有

$$Q(s)W_i(s) = q_i(s)W_i(s) \tag{6}$$

定义特征方向矩阵为

$$W(s) = [W_1, W_2, \dots, W_m]; \quad V(s) = W^{-1}(s)$$

于是
$$Q(s) = W(s)diag\{q_i(s)\}V(s) \tag{7}$$

对于单位负反馈系统，则闭环传递函数矩阵 $H(s)$ 为

$$H(s) = W(s)diag\left\{\frac{q_i(s)}{1+q_i(s)}\right\}V(s) = \sum_{i=1}^m \frac{q_i(s)}{1+q_i(s)} W_i(s)V_i^T(s)$$

(1) 低频预补偿 (静态解耦)

当 $s = 0$ 时，若使闭环系统无交连 (静态解耦)，只须控制器 $K(s)$ 的增益较大，使得特征增益 $|q_i(0)| \gg 1$ ，则

$$H(0) \approx \sum_{i=1}^m W_i(0)V_i^T(0) = I_m$$

(2) 高频预补偿

将 $G(s)$ 用行向量表达为下式

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_1(s) \\ \vdots \\ g_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^{-r_1} & & \\ & \ddots & \\ & & s^{-r_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1(s)s^{r_1} \\ \vdots \\ g_n(s)s^{r_n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 r_1, \dots, r_n 分别为 $G(s)$ 的行向量 $g_1(s), \dots, g_n(s)$ 各行元素中分母阶数 n 和元素中的最大的分子阶数之差。

当 $s \rightarrow +\infty$ 时, 设

$$G^\infty(s) = \lim_{s \rightarrow +\infty} \begin{bmatrix} g_1(s)s^{r_1} \\ \vdots \\ g_n(s)s^{r_n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

选高频预补偿器 $K = (G^\infty(s))^{-1}$, 则

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} (G(s)K) = \lim_{s \rightarrow +\infty} \begin{bmatrix} s^{-r_1} & & \\ & \ddots & \\ & & s^{-r_n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

(3) 中频预补偿

一般在高频和低频同时进行预补偿后, 在整个频域的解耦效果应较满意。若有必要还可在中频段采用伪对角化法进行预补偿^[3]。

8. 系统的校正 (限于开环稳定的系统)

可以在系统中串入超前校正环节 $W_c(s)$ 以提高稳定裕度。加入 $W_c(s)$ 后的特征方程为

$$\det[g'(s)I_m - G(s)W_c(s)] = \det\left[\frac{g'(s)}{W_c(s)}I_m - G(s)\right] = 0$$

将上式和 (3) 式相比较得到

$$g'(s)/W_c(s) = g(s), \quad g'(s) = g(s) \cdot W_c(s) \quad (11)$$

校正后的特征增益函数 $g'(s) = g(s)W_c(s)$, 则加入 $W_c(s)$ 后的特征增益轨线 $g'(j\omega) = g(j\omega)W_c(j\omega)$ 。

二、带有可调喷嘴的分轴燃气轮机组的控制器的设计

1. 传递矩阵数学模型

带有可调喷嘴的分轴燃气轮机发电机组的传递矩阵 $G(s)$ 为下式 (参见[1]、[2]、[3]和[4])

$$\begin{bmatrix} x_{n_1} \\ \vdots \\ x_{T_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_B \\ x_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_B \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_B \\ x_\beta \end{bmatrix}$$

$$\text{式中 } G_{11} = \frac{0.413s^4 + 109s^3 + 117s^2 + 26.4s + 1.71}{s^5 + 378s^4 + 931s^3 + 643s^2 + 125s + 7.36}$$

$$G_{12} = \frac{0.0256s^4 + 254s^3 + 241s^2 + 45.6s + 2.395}{s^5 + 378s^4 + 931s^3 + 643s^2 + 125s + 7.36}$$

$$G_{21} = \frac{0.35s^5 + 143s^4 + 280s^3 + 170s^2 + 33s + 1.987}{s^5 + 378s^4 + 931s^3 + 643s^2 + 125s + 7.36}$$

$$G_{22} = \frac{-(59s^4 + 362s^3 + 334s^2 + 75.3s + 4.937)}{s^5 + 378s^4 + 931s^3 + 643s^2 + 125s + 7.36}$$

- x_{n1} ——燃气发生器转速;
- x_{T4} ——动力透平进口温度;
- x_B ——输入的燃料量;
- x_β ——动力透平进口的可调喷嘴角度。

2. 由频率曲面和广义根轨迹图分析其稳定性

按图 1 所示组成反馈系统, 其频率曲面示于图 2。图中的 $\times \times \times$ 曲线为广义根轨迹曲

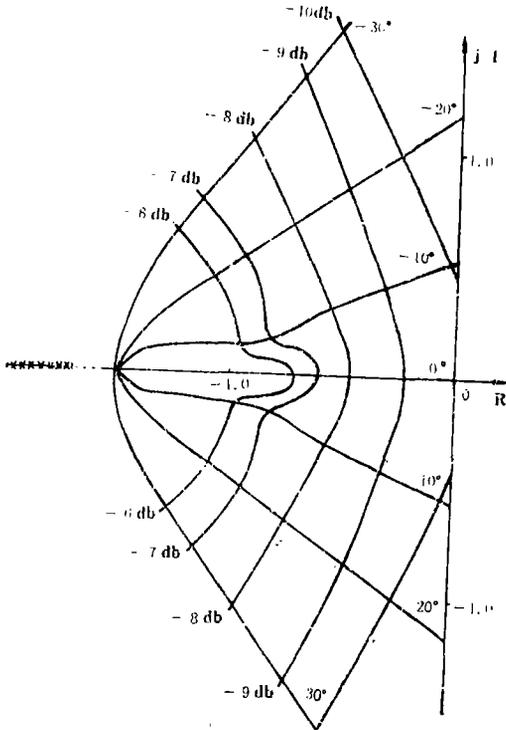


图 2 (1) 频率曲面

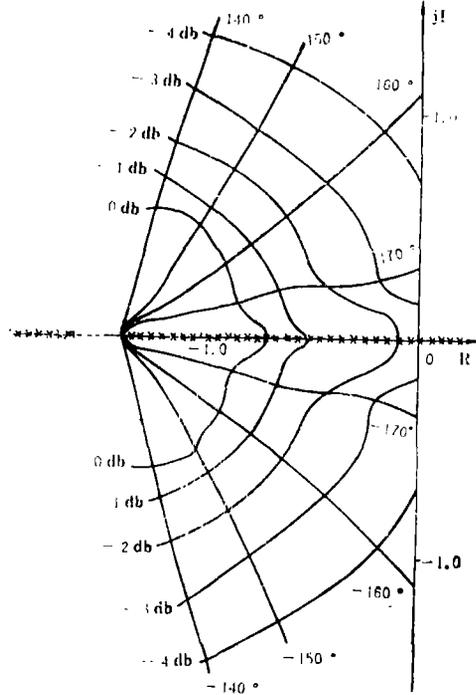


图 2 (2) 频率曲面

线。由图 2 (2) 可见, 临界点为原点 $(0 + j0)$, 此点的特征增益值 $g_2(0)$ 的模 $M_2(0) = -2.391db$, 相角 $\varphi_2(0) = -180^\circ$, 因此 $g_2(0) = -0.7594$ 。控制增益 $k = 1.3168$ 。由图 2 广义根轨迹可知: 当 $k < 1.3168$ 时, 闭环系统稳定; 当 $k \geq 1.3168$ 时, 闭环系统不稳定。

3. 由广义乃奎斯特图分析稳定性

当 $S = j\omega$ 时, 特征增益轨线 $g(j\omega)$ 的集合绘于图 3, 称为广义乃奎斯特图。由图 3 利用广义乃奎斯特稳定判据, 可得如下结论:

- (1) 当 $-\frac{1}{k} < -0.7594$, 即 $k < 1.3168$ 时, 闭环系统稳定。
- (2) 当 $-0.7594 \leq -\frac{1}{k} \leq 0$ 时, 即 $1.3168 \leq k \leq +\infty$ 时, 闭环系统不稳定。

(3) 当 $0 \leq -\frac{1}{k} \leq 0.3205$ 时, 即 $-\infty \leq k \leq -3.12$ 时, 闭环系统 (正反馈) 不稳定。

(4) 当 $0.3205 \leq -\frac{1}{k} \leq +\infty$ 时, 即 $-3.12 < k \leq 0$ 时, 闭环系统 (正反馈) 稳定。

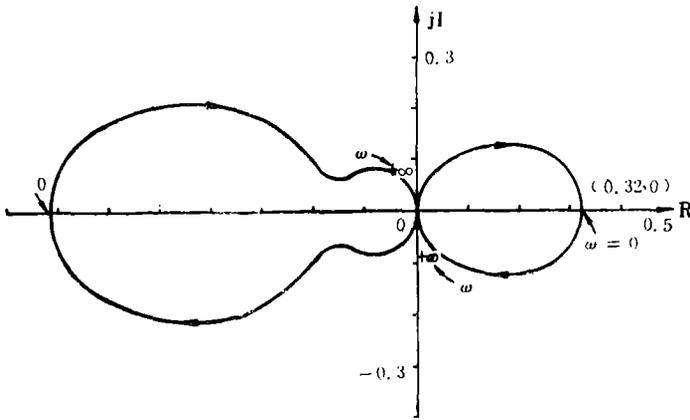


图 3 特征增益轨线

为静态优化的实施开辟广阔的前景。我们选闭环系统控制增益 $K=1$, 以便于分析。

图 4 的 $G(s)K_0$ 的特征增益轨线, 当 $j\omega=0$ 时, 特征增益轨线的起点是一对虚数值 $(0.4513 \pm j0.1992)$, 深感不便。串入补偿阵 K_1 , 取 K_1 为 $K_1 = [G(0)K_0]^{-1} = \begin{bmatrix} 2.76 & 1.34 \\ -1.11 & 0.953 \end{bmatrix}$, 则当 $j\omega=0$ 时, 有 $G(0)K_0K_1 = I_m$, 使 $G(s)K_0K_1$ 的特征增益轨线起点为 $(1 \pm j0)$, 便于分析研究。加入 K_1 以后的 $G(s)K_0K_1$ 的特征增益轨线示于图 5。

对于负反馈系统, 当串

$$\text{入 } K_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ 时, } G(s)$$

K_0 的特征增益轨线如图 4。当控制增益为 $0 \leq k \leq +\infty$ 时, 反馈系统稳定, 可见加入 K_0 后的稳定性大大提高。

4. 用分频段补偿法设计控制器

分轴燃气轮机希望能设计为解耦的闭环控制系统,

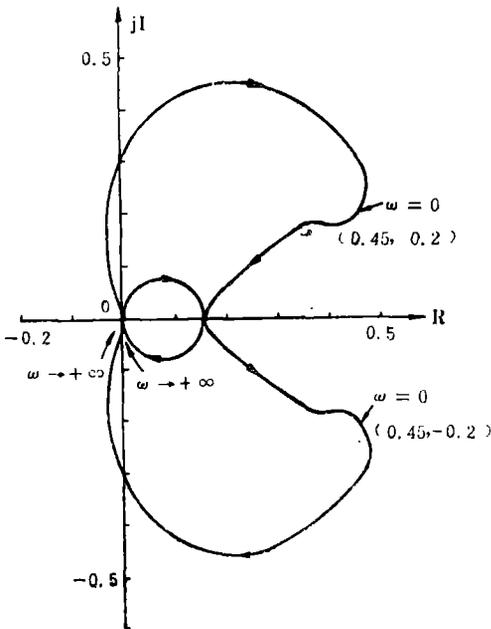


图 4 $G(s)K_0$ 的特征增益轨线

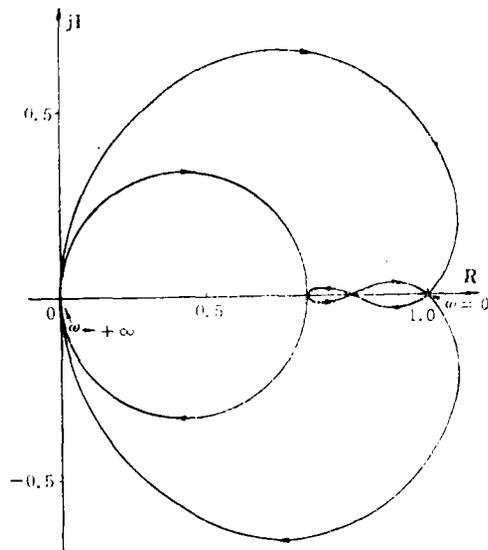


图 5 $G(s)K_0K_1$ 的特征增益轨线

设 $Q_0(s) = G(s)K_0K_1$, 则高频预补偿器 $K^{-1} = (Q_0^{-1}(s))^{-1} = \begin{bmatrix} 0.3953 & -0.465 \\ -0.815 & 0.958 \end{bmatrix}$.

按低频预补偿器的要求, 在控制器中加入积分器以实现静态解耦, 所以控制器 $K_2(s)$ 取为

$$K_2(s) = K^{-1} + \frac{1}{s} I_m = \begin{bmatrix} 0.3953 & -0.465 \\ -0.815 & 0.958 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

再加入增益调整器 $K_3 = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix}$, 则系统最终的开环传递矩阵为 $Q(s) = G(s) K_0K_1$

K_2K_3 .

当取增益 $D = 2$ 时, 定义 $Q(s) = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{21} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}$, 则

$$Q_{11} = \frac{25000s^4 + 70300s^3 + 51500s^2 + 10100s + 589}{s^6 + 378s^5 + 931s^4 + 642s^3 + 125s^2 + 7.36s}$$

$$Q_{12} = \frac{-29000s^4 - 35000s^3 - 11100s^2 - 923s}{s^6 + 378s^5 + 931s^4 + 642s^3 + 125s^2 + 7.36s}$$

$$Q_{21} = \frac{-5600s^5 - 8773s^4 - 2875s^3 + 586s^2 + 109s}{s^6 + 378s^5 + 931s^4 + 642s^3 + 125s^2 + 7.36s}$$

$$Q_{22} = \frac{6754s^5 + 61164s^4 + 95670s^3 + 52265s^2 + 9825s + 588}{s^6 + 378s^5 + 931s^4 + 642s^3 + 125s^2 + 7.36s}$$

$Q(s)$ 的特征增益轨线示于图6, 2条特征增益轨线都没有包围临界点 $(-1, j0)$, 且相角裕量和增益裕量都很大。

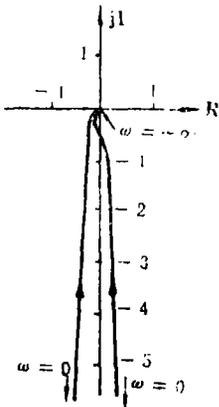


图6 $Q(s)$ 的特征增益轨线

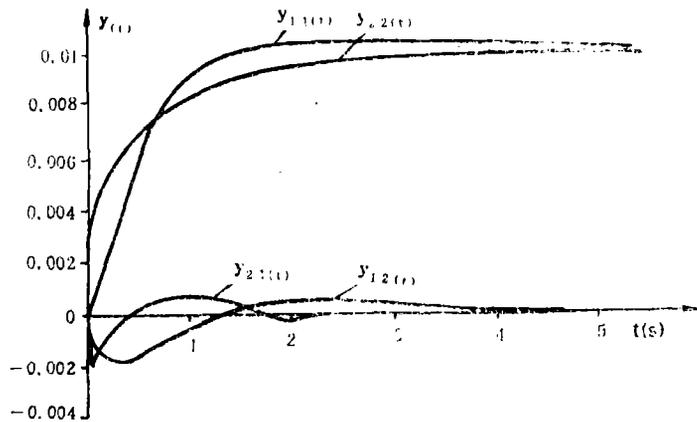


图7 仿真计算结果

- (1) $u_1 = 0.01, u_2 = 0$ 时 y_{11} 和 y_{21} 为输出。
- (2) $u_1 = 0, u_2 = 0.01$ 时 y_{12} 和 y_{22} 为输出。

由 $Q(s)$ 组成的单位负反馈系统的仿真结果示于图7。设控制器 $K = K_0K_1K_2K_3$, $Q(s) = G(s)K$, 则

$$K = \begin{bmatrix} 0.06 + \frac{5.52}{s} & -0.02 + \frac{2.68}{s} \\ 2.41 + \frac{2.22}{s} & -2.89 - \frac{1.9}{s} \end{bmatrix}。$$

在此需特别强调指出的是,增益 D 的选取至关重要,并且其不同于单变量系统,不能只依据特征增益轨线的相角裕量和增益裕量的大小来选择 D 的大小。对于多变量负反馈系统,例如本例,由于变量间存在严重的交连,虽然加入了高、低频预补偿器,但是并没实现在全频域的解耦,随着增益 D 的增大,耦合会加强;另外,本例的开环传递矩阵 $Q(s)$ 中, $Q_{21}(s)$ 一项为非最小相位环节(其分子系数是正负相间的,说明其在 s 的右半平面上有零点存在),当输入 u_1 给定时,受 $Q_{21}(s)$ 的影响,输出 y_{21} 动态过程的初始段易出现过大的反调,而这种情况只能靠调整 D 的大小,依据仿真计算结果来判断 D 的选择是否合理。

本例,当 $D=2$ 时,由图7可见,动态过程较快,输出等于输入时的动态过程时间约在2秒左右;超调量很小, $u_1=0.01$ 时, y_{11} 的超调量小于2%;解耦效果较好,当 $u_1=0.01$ 或 $u_2=0.01$ 时, y_{21} 和 y_{12} 的最大值小于输入值的20%; y_{21} 出现尖角拐点是因 $G_{21}=G_{21}^1+d_{21}$ 中有 d_{21} 一项而存在强交连(因燃料量增加时,动力透平进口温度 T_4 必然增高),所以控制器 K 中的 $K_{21}=2.41+\frac{2.22}{s}$ 中有2.41这项放大倍数相当大的比例环节来退交连(即增大动力透平的通流面积以使 T_4 降低),当 $u_1=0.01$ 时, y_{21} 输出相应应有较大的阶跃变化而形成尖角拐点。由以上分析可见,控制器设计结果还是较满意的。

参 考 文 献

- [1] 倪维斗等·分轴燃气轮机的状态空间数学模型及控制系统动态分析通用程序.仪器仪表学报,1982,(1)
- [2] 倪维斗等·分轴燃气轮机调节系统动态特性若干问题的探讨.仪器仪表学报,1982,(4)
- [3] 吕泽华等·带有可调喷嘴的分轴燃气轮机传递函数矩阵数学模型及解耦器和控制器设计程序.仪器仪表学报,1987,(4)
- [4] 吕泽华.复杂系统的稳定性和动态校正的计算机辅助设计.自动化技术,1986,(1)
- [5] 麦克法兰A G J.线性多变量反馈系统分析的复变方法.科学出版社,1986

Design of Decoupling Compensators and Controllers for Split—Shaft Gas Turbines with Adjustable Nozzles —A Complex Variable Approach

Lü Zehua

(Qinghua university)

Abstract

This paper briefly describes a complex variable approach by means of which the useful methods of frequency and root locus can be extended to a multivariable

(下转8页)

Real-time Hybrid Simulation of Gas Turbine Controllable-pitch Propeller Propulsion

Weng Shilie, Zhang Bainian, Zhu Hong

(Shanghai Jiao Tong University)

Abstract

This paper presents the mathematic model of a three-spool gas turbine controllable-pitch propeller propulsion unit and a real-time simulation model with a DO960 hybrid computer, multivariate function generator and bivariate function generator. It is shown that the real-time simulation has been obtained from the simulation model and the precision of the simulation model is as good as the non real-time simulation one.

Key Words: *hybrid computer simulation, gas turbine, controllable-pitch propeller, hybrid simulation.*

(上接15页)

feedback matrix. The decoupling compensator is designed by use of compensation in divided frequency ranges. A method of lead compensation for multivariable feedback systems is also presented.

A split-shaft gas turbine with adjustable nozzles is a nonlinear multi-input and multi-output system, in which the couplings are so complicated that it is very difficult to design decoupling compensators and controllers. In this paper, an example has been given to demonstrate how a decoupling compensator matrix and controller matrix is designed by use of the complex variable approach for such a linear multivariable feedback system. The simulation computation results show that satisfactory results have been obtained.

Key words: *gas turbine, adjustable vane, control system, mathematical analysis*