

# $q(T, T_w) = a(1/T_w - 1/T)$ 传热情况下卡诺热泵的最佳供热系数与供热率间的关系\*

陈林根 孙丰瑞 陈文振

(海军工程学院)

〔摘要〕 本文导出了卡诺热泵工作于非线性传热  $q(T, T_w) = a(1/T_w - 1/T)$  的情况下, 最佳供热系数  $CP_0$  与供热率  $\pi$  间的关系:

$$\pi = \frac{\alpha}{T_H T_L} \frac{T_L - \frac{CP_0 - 1}{CP_0} T_H}{\left(1 + \delta \frac{CP_0 - 1}{CP_0}\right)^2}, \quad \text{式中 } \delta = \sqrt{\alpha/\beta},$$

并给出了上述关系的一些应用。

关键词 热力学 热泵 卡诺循环 非线性 传热 最优设计

## 一、引言

自从Curzon和Ahlborn<sup>[1]</sup>于1975年首次提出有限时间热力学以来,已有近百篇文献讨论了它在热机理论中的应用,其内容包括:(1)、无限热容热源牛顿定律系统(线性传热)在给定的热力过程下对应的功率、效率等目标函数极值和最佳目标函数对应的最佳热力过程研究;(2)、热阻及其它不可逆因素不同模型的影响研究;(3)、有限热容热源和外部加热型热源影响的研究;(4)、实际热机及其它热力设备的设计和评估<sup>[2]</sup>。近年又有数十篇文献对制冷机理论中的上述课题进行了研究,并有一些作者开始了对热泵的有限时间热力学分析<sup>[3-8]</sup>。文献<sup>[3-8]</sup>都是在热源与工质间线性传热,即

$$q(T, T_w) = \lambda(T - T_w) \quad (1)$$

的假定条件下对二源和三源热泵进行研究。对二源热泵的研究表明,在线性传热情况下,最佳供热系数与供热率呈单调递减关系<sup>[3,4,7]</sup>。作者曾研究了在非线形传热

$$q(T, T_w) = a(1/T_w - 1/T) \quad (2)$$

情况下卡诺热机<sup>[9]</sup>卡诺制冷机<sup>[10]</sup>的性能,本文则导出卡诺热泵在不可逆非线性传热(2)情况下工作时供热系统的界限随供热率的变化关系,据此可得到不同于线性热阻模型下的各种特性参数关系。

\* 本文被全国高校第三届物理会议(1990,西安)录用

收稿日期:1989-11-22

## 二、供热系数与供热率的普遍关系式

考虑仅存在工质与热源间非线性传热不可逆性的内可逆卡诺热泵循环<sup>[4]</sup>, 由于热阻的存在工质的两个等温过程的温度不是热源的溫度  $T_H$ 、 $T_L$ , 而分别为  $T_{WH}$ 、 $T_{WL}$ , 且  $T_{WH} > T_H > T_L > T_{WL}$ . 设工质与高、低温热源的传热系数分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ , 则在  $t_1$  时间内放给高温热源的热量  $Q_1$  和在  $t_2$  时间内从低温热源吸取的热量  $Q_2$  可由式 (2) 得

$$Q_1 = \alpha(1/T_H - 1/T_{WH})t_1 \quad (3)$$

$$Q_2 = \beta(1/T_{WL} - 1/T_L)t_2 \quad (4)$$

忽略两个绝热过程所进行的时间, 循环的周期近似为  $t_1 + t_2$ , 则循环的供热率为

$$\Pi = \frac{Q_1}{(t_1 + t_2)} = \frac{1}{\left(\frac{t_1}{Q_1} + \frac{t_2}{Q_1}\right)} \quad (5)$$

由于工质内部进行准静态的逆卡诺循环, 因此有

$$Q_2/Q_1 = T_{WL}/T_{WH} \quad (6)$$

而循环的供热系数为

$$CP = \frac{T_{WH}}{(T_{WH} - T_{WL})} = 1/(1 - T_{WL}/T_{WH}) \quad (7)$$

利用式 (3)、(4)、(6) 和 (7), 可将式 (5) 改写为

$$\Pi = \frac{\alpha}{\frac{\delta^2 CP - 1}{CP} \left[ \frac{1}{1/T_H - 1/T_{WH}} + \frac{CP}{CP - 1} \frac{1}{1/T_{WH} - 1/T_L} \right]} \quad (8)$$

$$\text{式中 } \delta = \sqrt{\alpha/\beta} \quad (9)$$

式 (8) 即为所求的供热系数与供热率的普遍关系式。

## 三、最佳供热系数与供热率间的关系

由供热系数和供热率间的普遍关系式 (8), 可求出对应于最佳供热系数的最佳吸、放热温度, 以得到最佳供热系数与供热率的关系。因  $(\partial CP/\partial T_{WH})_n = 0$  与条件  $(\partial \Pi/\partial T_{WH})_{CP} = 0$  相当, 由式 (8) 可求得:

$$\left( \frac{\partial \Pi}{\partial T_{WH}} \right)_{CP} = \alpha \left\{ \frac{\frac{1/T_{WH}^2}{(1/T_H - 1/T_{WH})^2} - \frac{\delta^2/T_{WH}^2}{\left(\frac{CP}{CP-1} \frac{1}{1/T_{WH} - 1/T_L}\right)^2}}{\left[ \frac{1}{1/T_H - 1/T_{WH}} + \frac{\delta^2 CP - 1}{CP} \frac{1}{1/T_{WH} - 1/T_L} \right]^2} \right\} \quad (10)$$

$(\partial \Pi / \partial T_{WH})_{CP} = 0$ 时, 应有

$$\left( \frac{CP}{CP-1} 1/T_{WH} - 1/T_L \right)^2 = \delta^2 (1/T_H - 1/T_{WH})^2 \quad (11)$$

舍去不合题意的负根, 得

$$\frac{CP}{CP-1} 1/T_{WH} - 1/T_L = \delta (1/T_H - 1/T_{WH}) \quad (12)$$

由此可得工质最佳的放热温度为

$$T_{WHopt} = \frac{T_H T_L}{T_H + \delta T_L} \left( \frac{CP-1}{CP} + \delta \right) \quad (13)$$

相应的工质最佳吸热温度为

$$T_{WLopt} = \frac{T_H T_L}{T_H + \delta T_L} \left( 1 + \frac{CP-1}{CP} \delta \right) \quad (14)$$

另有

$$\frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_{WHopt}} = \frac{\frac{CP}{CP-1} T_L - T_H}{T_H T_L \left( \frac{CP}{CP-1} + \delta \right)} \quad (15)$$

$$\frac{CP}{CP-1} \frac{1}{T_{WHopt}} - \frac{1}{T_L} = \frac{\delta \left( \frac{CP}{CP-1} T_L - T_H \right)}{T_H T_L \left( \frac{CP}{CP-1} + \delta \right)} \quad (16)$$

将式 (15)、(16) 代入式 (8), 化简后可得到给定供热率  $\Pi$  下, 最佳供热系数  $CP_0$  所应满足的方程

$$\Pi = \frac{\alpha}{T_H T_L} \frac{T_L - \frac{CP_0-1}{CP_0} T_H}{\left( 1 + \delta \frac{CP_0-1}{CP_0} \right)^2} \quad (17)$$

式 (17) 即为本文所要求的  $\Pi$  与  $CP_0$  的关系。此式确定了在给定供热率、热源温度和热传导系数的情况下, 卡诺热泵在非线性传热条件下的最大供热系数, 即实际热泵所能达到的供热系数界限, 同时又确定了在给定的供热系数、热源温度和热传导系数的情况下, 卡诺热泵的最高供热率。

#### 四、几点讨论

1. 从式 (17) 可以看出, 当  $CP_0 = T_H / (T_H - T_L) = CP_{carnot}$  时,  $\Pi = 0$  即卡诺热泵要达到理想的供热系数时, 供热率为零, 所以理想可逆卡诺热泵的供热系数不能作为实际热泵供热系数的上限。在给定供热率的情况下, 实际热泵的供热系数应由式 (17) 来确定。这一点与线性传热情况下的结论是一致的。

2. 由式 (17) 可以求出供热率极值。但在  $\Pi > 0$ , 即  $T_H < T_L \cdot CP_0 / (CP_0 - 1)$  条件下, 可以证明  $d\Pi / dCP_0 < 0$ 。即式 (17) 只有  $\Pi$  的极小值, 而对应的  $CP_{0min}$  已无物理意义, 在  $1 \leq$

## 供热系数与供热率间的关系

$CP_0 \leq CP_{carnot}$  范围内,  $\Pi$  与  $CP_0$  呈单调递减关系。故当供热系数  $CP_0 = 1$  时, 供热率  $\Pi$  达到最高界限。由 (17) 式可得

$$\Pi_{\max} = \alpha/T_H \quad (18)$$

但此时热泵将失去应有的作用。所以, 与线性传热情况相同, 泵热率一般不宜取太大, 否则最佳性能系数太小, 不利于能量的合理利用, 甚至将失去运用热泵节能和提高能源利用效率的原则性意义。

3. 由式 (17) 可以得到其它一些特性参数与最佳泵热系数间的关系。如每个循环的熵产率为

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\Delta S}{t_1 + t_2} = \frac{Q_1}{t_1 + t_2} \left( 1/T_H - \frac{Q_2}{Q_1} 1/T_L \right) \\ &= \Pi \left( \frac{1}{T_H} - \frac{CP_0 - 1}{CP_0} \frac{1}{T_L} \right) = \alpha \left( \frac{T_L - \frac{CP_0 - 1}{CP_0} T_H}{T_H T_L \left( 1 + \frac{CP_0 - 1}{CP_0} \right)} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

显然, 当  $CP_0 = CP_{carnot} = T_H/(T_H - T_L)$  时,  $\sigma = 0$ , 循环过程是可逆的。

## 五、结 论

由式 (17) 可以得到实际热泵因非线性热阻的影响所能达到的泵热系数的界限。式(17)是有关热泵性能的有限时间热力学中又一个重要基本关系, 它比经典热力学的关系  $CP_{carnot}$  更有意义, 对热泵理论和应用的研究具有更正确的指导作用。

## 参 考 文 献

- [1] Curzon F L, Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine at maximum power output, Am. J. phys., 1975, 43, 22—24
- [2] 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 热机有限时间热力学: 理论和应用, 热能动力工程, 1989, 4 (2): 7—14
- [3] Blahard C H. Coefficient of performance for finite speed heat pump. J. Appl. phys., 1980; 51(5): 2471—2472
- [4] 严子浚. 内可逆卡诺热泵的最优性能. 厦门大学学报, 1984, 23 (1): 414—419
- [5] 严子浚, 陈苏焯. 三热源泵热循环的有限时间热力学界限. 科学通报, 1986, 31(10): 798—799
- [6] 严子浚, 陈苏焯. 最大供热率时三热源热泵的供热系数. 太阳能学报, 1987, 8(2): 148—153
- [7] 严子浚. 热阻对热泵性能的影响. 新能源, 1987 (6): 42—46
- [8] 严子浚, 陈苏焯. 三热源泵热循环的最佳泵热率与供热系数间的关系. 科学通报, 1987, 32 (16): 1280
- [9] 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 非线性传热情况下卡诺热机的最佳效率与功率间的关系. 工程热物理学会能源利用与工程热力学89年年会论文, 内燃机学报 (待发表)
- [10] 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振.  $q(T, T_W) = \alpha(1/T_W - 1/T)$  情况下卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率间的关系. 制冷学报, (待发表)

# The Relationship between Carnot Heat Pump Optimum Heat Supply Factor and Heat Supply Flow Rate under the Heat Transfer Condition of

$$q(T, T_w) = \alpha(1/T_w - 1/T)$$

Chen Lingeng, Sun Fengrui, Chen Wenzhen

(Naval Academy of Engineering, Wuhan)

## Abstract

This paper has deduced the following relationship between an optimum heat supply factor  $CP_0$  and heat supply flow rate  $\Pi$  under the condition that a Carnot heat pump is working under a nonlinear heat transfer condition of  $q(T, T_w) = \alpha(1/T_w - 1/T)$

$$\Pi = \frac{\alpha}{T_H T_L} \frac{T_L - \frac{CP_0 - 1}{CP_0} T_H}{\left(1 + \delta \frac{CP_0 - 1}{CP_0}\right)^2}$$

where  $\delta = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

Some practical examples of using the above-cited relationship are also given.

**Key Words:** Thermodynamics, heat pump, Carnot cycle, nonlinearity, heat transfer, optimum design

~~~~~  
 { 简 讯 }  
 ~~~~~

### 杭州锅炉厂出口焚烧废料锅炉创汇一百万美元

据英文版“中国日报”1990年1月11日“每周上海特刊”题名为“把废料变成能源的锅炉”一文的报导。菲律宾有大量的椰子壳，其价格极为低廉。而在盛产稻米的泰国，大量的稻壳往往当废料扔掉。

类似的情况存在于其它东南亚国家中，因此焚烧废料的锅炉在这些地区具有很大的市场，锅炉可以把这些各种果壳、稻壳、甘蔗渣和木屑变成能源。

杭州锅炉厂是中国200多家锅炉厂中把焚烧废料的锅炉出口到亚热带地区去的第一家锅炉厂。从1982年到1989年末，该厂从焚烧废料锅炉的出口中已创外汇一百万美元。

(吉桂明 供稿)