用比例-积分调节器调节闭环系统的一种整定方法—比较法

朱建华（哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所）

〔摘要〕 从构成调节系统特征方程式的两种途径出发，采用比较法能简捷而精确地求得系统的整定参数，避免了现有的整定方法所产生的误差及繁杂的计算工作量，是调节高阶系统的一种理想方法。

关键词 **调节器 闭节系统 整定方法**

一、前　　言

目前，在自动控制领域中经常用调节器来调节受控系统，而在调节器调节受控系统的过程中要采用整定方法来求得调节系统的整定参数。通常调节受控系统所采用的整定方法不外乎衰减指数 m 为指定值的整定法（简称衰减指数整定法）、根轨迹整定法、频率整定法及工程整定法几种。但是衰减指数整定法、根轨迹整定法要采用经验数据，因而计算误差大，并且工作量非常大（要列表计算）；而频率整定法要利用作图及试凑法，因而会产生较多的误差，并且工作量也较大（要试凑数次）；工程整定法都是凭经验所得，其精度又较低。因此如何寻找一种既简单又精确的方法来整定调节系统，这是值得我们探索的。为此我们举一用比例——积分调节器调节受控系统的例子来寻找这种简单而精确的整定方法。

二、引　　例

A、途径1（闭环系统特征方程的获取）：

设调节系统受控对象的传递函数为：

$$W_0=\frac{1}{(T_0S+1)^2(\alpha T_0S+1)}$$

调节器的传递函数为：

$$W_a=K\left(1+\frac{1}{T_iS}\right)$$

（比例——积分调节器）

式中 T_0——时间常数；

α——常系数；

S——复变数；

K——临界比例带值；

T_i——临界振荡周期；

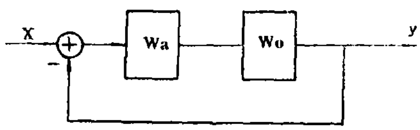

图1　调节系统

调节系统见图1，系统的传递函数为：

$$W=\frac{W_a\cdot W_0}{1+W_a\cdot W_0}$$

$$=\frac{\dfrac{K(T_iS+1)}{T_iS(T_0S+1)^2(\alpha T_0S+1)}}{1+\dfrac{K(T_iS+1)}{T_iS(T_0S+1)^2(\alpha T_0S+1)}}$$

$$=\frac{K(T_iS+1)}{T_iS(T_0S+1)^2(\alpha T_0S+1)+K(T_iS+1)}$$

收稿日期：1989—08—22

则闭环系统的特征方程为：

$T_iS(T_0S+1)^2(\alpha T_0S+1)+K(T_iS+1)=0$

设任取$\alpha=0.3$，$T_0=6$，则系统的特征方程为

$T_iS(6S+1)^2(0.3\times6S+1)+K(T_iS+1)=0$

展开并简化：

$$S^4+\frac{8}{9}S^3+0.213S^2+\frac{1+K}{64.8}S+\frac{K}{64.8T_i}=0 \quad \cdots\cdots[A]$$

B、途径Ⅱ（闭环系统的极点配置）：

设任取衰减比 $M_t^2=10:1$，由

$$M_t=\frac{-2\pi\xi}{e\sqrt{1-\xi^2}}$$ 得：

阻尼比：$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}=0.3665$

α—正值

设系统根轨迹上一点为$\lambda_{p1}=-\alpha+wj$（即一主导复根），因该点既在根轨迹上，也在阻尼比斜线上（见图2），故由三角关系得：

$$\frac{\alpha}{W}=\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}=0.3665,$$

$W=2.73\alpha$,

$\lambda_{p1}=-\alpha+2.73\alpha j$,

由共轭关系得根轨迹上另一对应点应为：

$\lambda_{p2}=-\alpha-2.73\alpha j$

根据高阶系统的稳定性原理：为使系统稳定，必须使该系统的一主导复根与一负实根适当匹配，即使得该系统的一主导复根的负实部与一负实根相等。故设该系统的主导负实根为：　$\lambda_{p3}=-\alpha$，

并设该系统的另外一根为λ_{p4}。

由根轨迹的作图规则得：

若系统开环传递函数极点数为n，零点数为m，且有$n\geqslant m+2$

则：
$$\sum_{i=1}^{4}\lambda P_i=\sum_{j=1}^{4}P_j\quad\begin{pmatrix}n=4\\m=1\end{pmatrix}$$

式中　i——闭环极点数；

j——开环极点数；

λP_i——闭环极点值；

P_j——开环极点值；

将λP_1、λP_2、λP_3、λP_4的数代入上式得：

$$(-\alpha+2.73\alpha j)+(-\alpha-2.73\alpha j)+(-\alpha)+\lambda P_4=0+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{1.8}\right)$$

$$\lambda P_4=3\alpha-\frac{8}{9}$$

式中 0、$-\frac{1}{6}$、$-\frac{1}{6}$、$-\frac{1}{1.8}$ 分别为极点的坐标值，见图2。

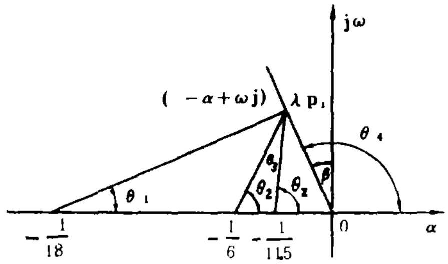

图2　根轨迹坐标

由λP_1、λP_2、λP_3、λP_4所构成的系统特征方程为：

$(S-\lambda P_1)(S-\lambda P_2)(S-\lambda P_3)(S-\lambda P_4)=0$

将λP_1、λP_2、λP_3、λP_4的数值代入上式得：

$$[S-(-\alpha+2.73\alpha j)][S-(-\alpha-2.73\alpha j)]\cdot[S-(-\alpha)][S-(3\alpha-\frac{8}{9})]=0$$

展开并简化得：

$$S^4+\frac{8}{9}S^3+\left(1.443\alpha^2+\frac{8}{3}\alpha\right)S^2+(9.283\alpha^2-22.886\alpha^3)S+8.443\alpha^2\left(\frac{8}{9}\alpha-3\alpha^2\right)=0 \quad\cdots\cdots[B]$$

C、比较法的应用：

将由上述途径Ⅰ及途径Ⅱ所得的系统特征方程〔A〕、〔B〕相比较（〔A〕≡〔B〕）得：

$$\begin{cases} 1.443\alpha^2+\frac{8}{3}\alpha=0.213 \\ 9.283\alpha^2-22.886\alpha^3=\frac{1+K}{64.8} \\ 8.443\alpha^2\left(\frac{8}{9}\alpha-3\alpha^2\right)=\frac{K}{64.8T_i} \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} \alpha=0.0767 \\ T_i=11.5 \\ K=1.87 \end{cases}$$

$\therefore\quad \lambda P_1=-0.0767+0.2093j$。

$T_i=11.5$，$K=1.87$ 即为所求整定参数。

D、检验：

用上述方法所求得的λP_1、T_i、K之值代入系统根轨迹图上，忽其是否符合根轨迹的作图规则。

在图2中，

$$\beta=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}=\mathrm{tg}^{-1}0.3665$$

$$=20.12°,$$

$$\theta_4=90°+\beta=90°+20.12°=110.12°,$$

$$\theta_1=\mathrm{tg}^{-1}\frac{0.2093}{\frac{1}{1.8}-0.0767}=23.6°,$$

$$\theta_2=\theta_3=\mathrm{tg}^{-1}\frac{0.2093}{\frac{1}{6}-0.0767}=66.74°,$$

$$\theta_z=\mathrm{tg}^{-1}\frac{0.2093}{\frac{1}{11.5}-0.0767}=87.2°,$$

由幅角条件求θ_z'：

$$\theta_z'=\sum_{i=1}^{4}\theta_i-\pi=23.6°+66.74°$$

$$+66.74°+110.12°-180°$$

$$=87.2°,$$

可见$\theta_z=\theta_z'$，所以符合根轨迹作图规则（即符合幅角条件）。

由模值条件求K'：

由$|W|=1$得：

$$\frac{K'l_{\lambda z}}{64.8l_{\lambda P_1}\cdot l_{\lambda P_2}\cdot l_{\lambda P_3}\cdot l_{\lambda P_4}}=1$$

$$\therefore K'=\frac{64.8l_{\lambda P_1}\cdot l_{\lambda P_2}\cdot l_{\lambda P_3}\cdot l_{\lambda P_4}}{l_{\lambda z}}$$

而

$$l_{\lambda z}=\sqrt{\left(-0.0767+\frac{1}{11.5}\right)^2+(0.2093)^2}$$

$$=0.2096$$

$$l_{\lambda P_1}=\sqrt{\left(-0.0767+\frac{1}{1.8}\right)^2+(0.2093)^2}$$

$$=0.5226$$

$$l_{\lambda P_2}=l_{\lambda P_3}$$

$$=\sqrt{\left(-0.0767+\frac{1}{6}\right)^2+(0.2093)^2}$$

$$=0.2278$$

$$l_{\lambda P_4}=\sqrt{(-0.0767)^2+(0.2093)^2}=0.2229$$

将$l_{\lambda z}$、$l_{\lambda P_1}$、$l_{\lambda P_2}$、$l_{\lambda P_3}$、$l_{\lambda P_4}$的数代入上式计算得：$K'=1.87$

可见$K=K'$，所以符合根轨迹作图规则（即符合模值条件）。

由上可知，用这样的方法来整定调节系统是正确的。

上面引例中采用的方法是一种既简单又精确的整定方法，这种方法称之比较法。

所谓比较法就是将由实际系统所得到的系统特征方程和由假设的根轨迹上的点所构成的系统特征方程相比较，从而求得系统的整定参数的一种方法。

三、推　　论

工程上所遇到的实际的调节系统往往是高阶（高于二阶）系统，而高阶系统的瞬态响应可以认为是由若干个低阶系统的瞬态响应所组成。实际上在高阶系统的瞬态响应中起主导作用的往往是一个二阶系统（或再

加上一个一阶系统）的瞬态响应，因此对高阶系统的分析可利用二阶系统的分析方法。

A、途径Ⅰ（闭环系统特征方程的获取）：

设调节系统的调节对象为：

$$W_0=\frac{C(s)}{D(s)}$$

式中$C(s)$、$D(s)$均为S的多项式，且$C(s)\neq D(s)\neq 0$。调节器仍为比例——积分调节器：

$$W_a=K\left(1+\frac{1}{T_iS}\right)$$

调节系统见图1，则系统的传递函数为：

$$W=\frac{1}{1+\dfrac{1}{W_0\cdot W_a}}$$

$$=\frac{KC(s)(1+T_iS)}{D(s)T_iS+KC(s)(1+T_iS)}$$

系统的特征方程为：

$A(s)=D(s)T_iS+KC(s)(1+T_iS)=0$

即：$D(s)T_iS+KC(s)(1+T_iS)=0$

将上式化为：

$$S^n+b_{n-1}S^{n-1}+b_{n-2}S^{n-2}+\cdots\cdots+b_1S+b_0=0 \quad \cdots\cdots[A_0]$$

式中b_0、$b_1\cdots\cdots b_{n-1}$均为实系数。

B、途径Ⅱ（闭环系统的极点配置）。

设整定系统的衰减比为M_t^2，则由$M_t^2=F[A(\xi)]$可求得$A(\xi)$的值。

设根轨迹上的一主导复根为$\lambda_1=-\alpha+A(\xi)j$，另一主导复根（共轭复根）为$\lambda_2=-\alpha-A(\xi)j$。

式中$A(\xi)$为ξ的代数式。

根据系统稳定性原理，为使系统稳定，必须使该系统的一主导复根的负实部与一主导实根相等（高阶系统多于一对主导复根和一主导实根）。

设主导负实根为$\lambda_3=-\alpha$，并设其余根为λ_4、$\lambda_5\cdots\cdots\lambda_n$；由根轨迹作图规则可得：

若系统开环传递函数极点数为n，零点数为m，且有$n\geqslant m+2$。

则：$\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i=\sum\limits_{j=1}^{n}P_j$

式中　i——闭环极点数，

j——开环极点数，

λ_i——闭环极点值，

P_j——开环极点值。

由上式可得λ_4、$\lambda_5\cdots\cdots\lambda_n$与$\alpha$、$\xi$的关系式。由$\lambda_1$、$\lambda_2\cdots\cdots\lambda_n$所构成的系统特征方程为：$(S-\lambda_1)(S-\lambda_2)\cdots\cdots(S-\lambda_n)=0$

将上式化为

$$S^n+a_{n-1}S^{n-1}+a_{n-2}S^{n-2}+\cdots\cdots+a_1S+a_0=0 \quad \cdots\cdots[B_0]$$

式中a_0、$a_1\cdots\cdots a_n$为实系数。

比较$[A_0]$、$[B_0]$两式（$[A_0]\equiv[B_0]$）得：

$$\begin{cases} b_{n-1}=a_{n-1} \\ b_{n-2}=a_{n-2} \\ \quad\ddots \\ b_1=a_1 \\ b_0=a_0 \end{cases}$$

上式中共有n个未知数，并有n个方程，因此上述方程组可解。并可解得T_i、K、α、λ_4、$\lambda_5\cdots\cdots\lambda_n$的值。

这样解得的T_i、K、α即为该系统的整定参数。

四、结　论

本文提出比较法能够很好避免作图法、试凑法等现有的整定方法所产生的误差及繁杂的计算工作量；对于实际的工程问题，可先用比较法求得整定参数再来指导科研生产。

参考文献

〔1〕 陈来九编.热工过程自动调节原理和应用.水利电力出版社，1982年11月
〔2〕 蔡尚峰主编.自动控制理论.机械工业出版社，1980年8月
〔3〕 南航、西工大、北航合编.自动控制原理.国防工业出版社，1979年12月
〔4〕 杨自厚主编.自动控制原理.冶金工业出版社，1980年10月
〔5〕 王显正、范崇讬编.控制理论基础.国防工业出版社，1980年9月

A Setting Method (Comparision Method) for the Regulation of a Closed-Loop System by Use of a Proportional-Integral Regulator

Zhu Jianhua

(Harbin Marine Boiler & Turbine Research Institute)

Abstract

On the basis of the two paths from which a regulation system characteristic equation is formed, the use of comparision method can be conducive to the simple and accurate determination of setting parameters of a system. With the errors of the existing setting method and time-consuming computation work being avoided, the recommended method is an ideal one for the regulation of higher order systems.

Key words: *regulator, closed-loop system, setting method*

（渠源沥 编辑）