轴流风机叶片在离心力作用下产生的扭矩及其平衡问题

张春霖（哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所）

〔摘要〕 讨论了轴流风机叶片在离心力作用下的扭转力矩及平衡块设计问题。介绍了叶片扭矩的计算方法和平衡块设计的解析式。证明了不同安装角下的平衡效果。

关键词 轴流风机 叶片 扭矩 计算

符 号

P—离心力

R_i—微元所在的旋转半径

α—微元回转半径与旋转平面的夹角

β—微元旋转半径与通过叶片轴线的子午平面间的夹角

ρ—材料密度〔kg/dm³〕

ω—角速度〔rad/s〕

α_0—叶片基准截面的安装角（与切向的夹角）

α—计算截面安装角与基准截面安装角之差

x,y—叶型座标〔m〕

$x_0 y_0$—叶型叠加中心（一般是重心）的座标〔m〕

C—计算截面叶型的最大厚度〔m〕

$\bar{c}$—叶型在计算点的相对厚度

dR—旋转半径方向的增量

dr—叶型弦线方向的增量

r_p—计算回转半径〔m〕

r_0,r_1,r_{21},r_{22}—各特征回转半径〔m〕

M_N—扭转力矩〔N·m〕

M_{Nmax}—最大扭转力矩〔N·m〕

M_V—弯曲力矩〔N·m〕

α_1,α_2—平衡块的两个侧子午面与旋转平面的夹角〔rad〕

θ—两个子午面间的夹角〔rad〕

R_0,R_2—平衡块两个端面所在的旋转半径〔m〕

K—平衡块外缘圆锥母线的斜率

$$K=\frac{r_{21}}{R_1}=\frac{r_{22}}{R_2}$$

K_1—圆锥母线的斜率

$$K_1=\frac{R_1-R_2}{r_1-r_0}$$

R'—该母线的圆锥顶点的半径

下标

L—叶片

B—平衡块

1 引 言

在轴流式叶片机械中，每只叶片除承受拉伸力之外，还受两个力矩的作用：一个是弯曲力矩，一个是扭转力矩。在压气机的设计中，弯曲力矩是很受重视的。人们常常使较长的叶片的离心弯矩与气动力矩相平衡，以此改善叶片的应力状态。至于扭转力矩，由于普通的压气机或涡轮中，其量值很小，往往不被注意。而对于低压通风机而言，由于叶片数目较少，每只叶片都占据比较大的圆周角，这个力矩有时就不容忽视了。特别是对广泛采用的动叶可调式的轴流通风机，如果处理不好，这个力矩可能会带来一些麻烦；或者使得执行机构难于

收稿日期 1991—01—29

本文联系人 张春霖 150036

工作；或者是动叶自动回复到关闭状态。这种情况，在国内的一些实践中，已经遇到过，但还未曾见过有关的报导。

显而易见，与上述的弯矩问题相似，在条件允许时，平衡块的设计应同时考虑离心扭矩和气动扭矩的影响，更为合理。遗憾的是，对于低速风机叶型，一般不具备这种资料。此外，气动扭矩远远小于离心扭矩，不考虑它的影响，也是可以的。

这里，对扭转力矩的计算、平衡块的设计以及平衡效果的分析进行简单的分析和讨论。

2　轴流风机叶片在离心力作用下的扭矩

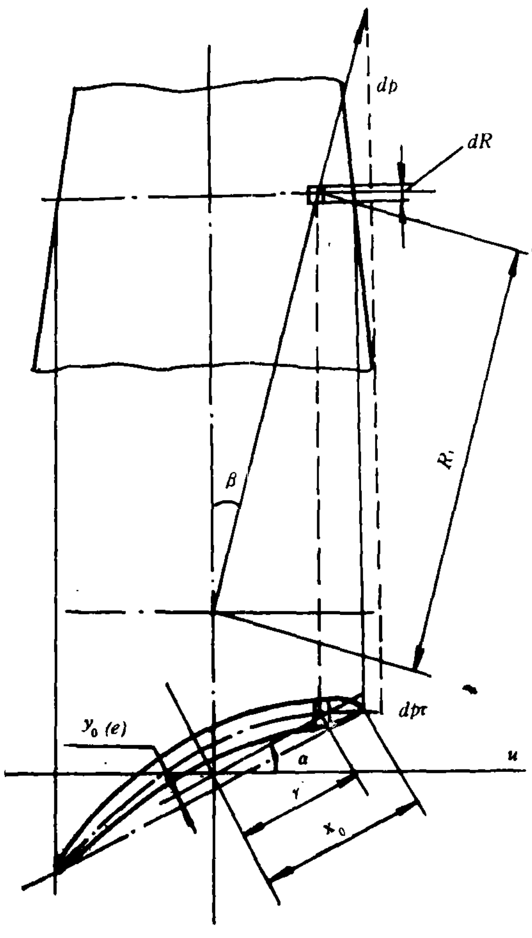

图 1　叶片的离心力扭矩

如图1所示，叶片微元质量在离心力作用下产生的扭矩可表示如下

$$dM_N=\frac{\sin2\alpha}{2}\omega^2\rho\cdot h\cdot r_1{}^2\cdot dR\cdot dr \tag{1}$$

为了使用方便，进行一下座标变换，把座标系与叶型常使用的座标统一起来。此外 把α角写成基准截面的安装角、计算截面与基准截面安装角之差和计算微元的回转半径与叶弦间

的夹角，三个角和的形式，最后进行积分，得到如下公式

$$M_N=\frac{\rho\omega^2}{2}\int dR\int\sin\left[2\left[\alpha_0+\alpha_{an}+Arctg\left(\frac{y-y_0}{x-x_0}\right)\right]\right]C\cdot\overline{c}\cdot[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]\,dr\cdot 10^3[\mathrm{N\cdot m}] \quad (2)$$

在进行二重积分的数值计算之前，当然还必需求出x_0及y_0。

3 最大和最小扭矩安装角

让我们对式（2）进行一下简单的分析。把式中的正弦函数按和角公式展开，经整理，可得到如下形式的表达式：

$$M_N=M_1\cdot\sin2\alpha_0+M_2\cdot\cos2\alpha_0 \quad (3)$$

其中

$$M_1=\frac{\rho\omega^2}{2}\int dR\int\cos2\left[\alpha_{an}+Arctg\left(\frac{y-y_0}{x-x_0}\right)\right]\cdot C\cdot\overline{c}\cdot[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]\cdot dr \quad (4)$$

$$M_2=\frac{\rho\omega^2}{2}\int dR\int\sin2\left[\alpha_{an}+Arctg\left(\frac{y-y_0}{x-x_0}\right)\right]\cdot C\cdot\overline{c}[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]\cdot dr \quad (5)$$

M_1和M_2是两个常量。对不弯又不扭的叶片$M_2=0$。

容易看出式（3）还可以化成如下形式

$$M_N=M_{N\max}\cdot\sin2(\alpha_0+\gamma) \quad (6)$$

这时

$$M_{N\max}=\sqrt{M_1^2+M_2^2} \quad (7)$$

$$r=\frac{1}{2}Arc\sin\frac{M_2}{\sqrt{M_1^2+M_2^2}} \quad (8)$$

这就证明了式(2)实质上是一个π为周期的正弦函数，而不仅仅是近似的正弦函数。这一点很重要。因为这涉及到是否能在不同安装角下都能完全平衡的问题。可以用式（4—8）把这个正弦曲线解出来。这时“0”扭矩安装角也就同时被求出：

$$\alpha_{0(M_N=0)}=-\gamma_0$$

在工程上，当然也可以用式(2)直接计算，只要把α_0看成是变量，给出不同的α_0值，计算出相应的M_N值，进而求出最大扭矩安装角和最大扭矩值。在这基础上，可进行平衡块的设计。

图2 是对某叶片的计算结果。为便于比较，图上还给出了同一叶型的“只弯不扭”、“只扭不弯”和“不扭不弯”时的扭转力矩的变化规律。从图2可看出：

a) 扭矩变化是正弦曲线，180°为一周期。

b) 对于扭曲又弯曲的叶片，平均半径的“0”安装角，不是“0”扭矩安装角，即$\gamma\neq0$。

c) 不弯不扭的叶片，平均半径处的“0”安装角，是“0”扭矩安装角。

d) 只弯不扭和只扭不弯的叶片，其最小扭矩安装角，在数值上居于不弯不扭与又扭又弯的叶片最小扭矩安装角之间。

e) 最大扭转力矩，不弯不扭时为最大$\left[\text{从式(4)也可以看出：}\cos2\left[\alpha_{an}+Arctg\left(\frac{y-y_0}{x-x_0}\right)\right]\equiv1;(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=(r-r_0)^2)\right]$，又弯又扭的最小，只扭不弯和只弯不扭的居中。

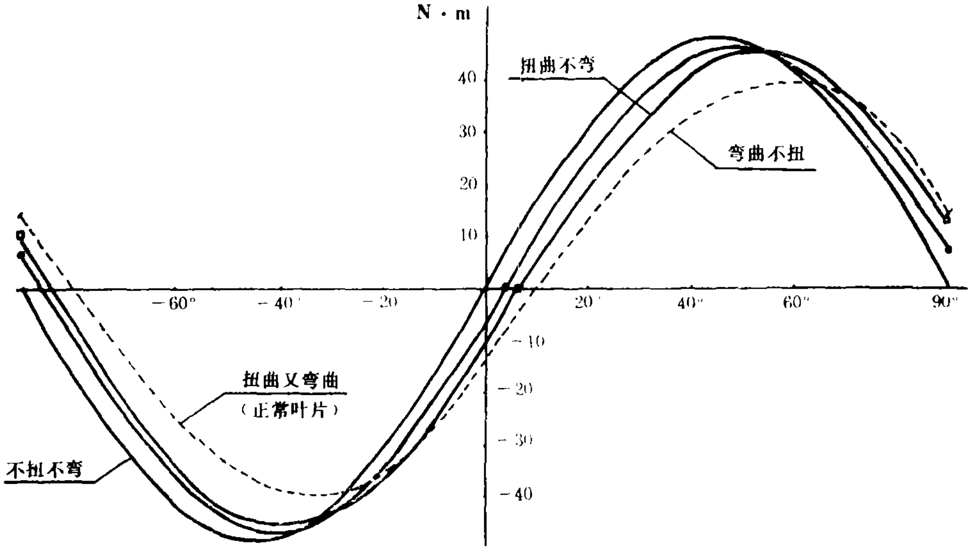

图 2　某叶片的计算结果及与特殊叶片比较

f）　最大扭转力扭的量级还是很可观的。对于 750 r/min的18 号风机的铝叶片就已达到了40～50N • m。

4　平衡块设计

4.1　离心扭矩的微分式及平衡设计的一般原则

首先，让我们也写出一个平衡块扭转力矩的微分式。参照式（1）对于图3，可直接写出微元的扭拒：

$$dM_N=\frac{\sin 2\alpha}{2}\omega^2\cdot\rho\cdot r^3\cdot dR\cdot dr\cdot d\alpha \qquad (9)$$

这是比式（1）更为通用的表达式，式中$rd\alpha$代替了原来的h。

平衡块设计的一般原则显然应该是，自身重量小，抗弯强度可靠。在此基础上，任意安装角下，剩余扭矩都为零（尽量小）。

根据总体设计的要求，可把平衡块设计成不同形状。按式（8）求取积分，便可得到扭矩值。显然，平衡质量分布在较大的半径上，可减小平衡块的重量。为此，有时可以把平衡块设计成单臂式的。但是，单臂式的平衡块回转半径较大。当叶片需要转180°时，相互干扰。此外，弯矩较大，并传到叶片轴上，也是一个缺点。相反，双臂式的，回转半径小，弯矩相互平衡，不传到叶片轴上。但是，这时为减轻平衡块的重量，在最大半径受到限制的情况下，如何使质量尽量分布较大的半径上，就显得更加突出。

在计算上，单臂式与双臂式的几乎没有区别。这里主要讨论两种较典型的平衡块的计算。

4.2　等厚度平衡块的计算

取以下“表面”围成的平衡块

$$\begin{cases}\alpha_1 = \mathrm{cons}\,t \\ \alpha_2 = \mathrm{cons}\,t\end{cases} \qquad \begin{cases}R_1 = \mathrm{cons}\,t \\ R_2 = \mathrm{cons}\,t\end{cases} \qquad \begin{cases}r_1 = \mathrm{cons}\,t \\ r_2 = KR, r_{21} = KR; r_{22} = KR_2\end{cases}$$

对式（9）进行积分，得到扭矩计算公式如下

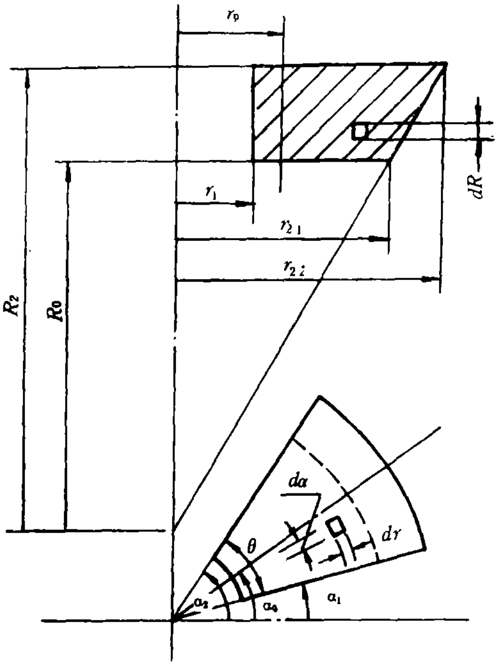

图 3　平衡块计算

$$M_N = \frac{\rho\omega^2}{2}(\cos 2\alpha_1 - \cos 2\alpha_2)\cdot\frac{1}{k}〔(r_{22}^5 - r_{21}^5)/5 - r_1^4(r_{22} - r_{21})〕\cdot 10^3〔N\cdot m〕 \quad (10)$$

在结构设计时，选择r_1等于固定用的环形部份的外径；而内径r_{in}应为叶片轴与之配合部位的半径。这环形部份自身是平衡的，故不必参与扭矩计算。

式（10）另一种便于计算的形式是：

$$M_N = \frac{\rho\omega^2}{8}\sin\theta\cdot\sin 2\alpha_0\cdot\frac{1}{k}〔(r_{22}^5 - r_{21}^5)/5 - r_1^4(r_{22} - r_{21})〕\cdot 10^3 \quad (11)$$

$\sin\theta$,可看成是角度θ影响的有效性系数。

为了验算平衡块的弯曲强度。用类似于求扭矩的办法，可推导出弯矩的公式。

对r_p截面的弯矩可写出

$$M_V = \omega^2\rho\theta\left[\int_{R_0}^{R_2} RdR\int_{r_P}^{r_2(R)} r^2dr - r_P\int_{R_0}^{R_2} RdR\int_{r_P}^{r_2(R)} r\cdot dr\right] \quad (12)$$

$$M_V = \frac{\omega\rho\theta}{K^2}\left[\left[\frac{1}{15}(r_{22}^5 - r_{21}^5) - \frac{1}{8}r_p(r_{22}^4 - r_{21}^4)\right] + \frac{1}{12}r_p^3(r_{22}^2 - r_{21}^2)\right]\cdot 10^3〔N\cdot m〕 \quad (13)$$

通常，危险截面是r_1。令$r_p = r_1$，便可计算出危险截面的弯矩。

4.3　非等厚度的平衡块

为在不增加重量的情况下，提高平衡扭矩，同时又使弯曲应力比较低，采用图4 的结构应该比较合理。

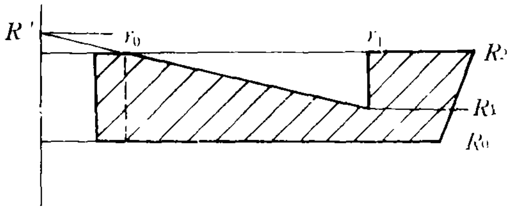

图 4　不等厚度平衡块

这时，$r = r_p$处的扭矩和弯矩的解析式分别是：

$$M_N = \frac{\rho\omega^2}{16}〔\cos 2\alpha_1 - \cos 2\alpha_2〕\left[\frac{1}{K}〔(r_{22}^5 - r_{21}^5)/5 - r_p^4(r_{22} - r_{21})〕 + 〔k_1(r_1^5 - r_p^5)\times\frac{4}{5} + (R' - R_2)(r_1^4 - r_p^4)〕\right]\cdot 10^3〔N\cdot m〕 \quad (14)$$

$$M_V=\frac{\rho\omega^2\theta}{2k^2}\{[[(r_{22}{}^5-r_{21}{}^5)/15-r_p(r_{22}{}^4-r_{21}{}^4)/8]-\left[\frac{1}{12}r_p{}^3(r_{22}{}^2-r_{21}{}^2)\right]\right]-k_1^2$$
$$(r_1^5-r_p^5)/5-(2R'k_1-r_pk_1^2)(r_1^4-r_p^4)/4+(R_2^2-R'^2+r_p\cdot 2k_1R')\cdot(r_1^3-r_p^3)/$$
$$3-r_p(R_2^2-R'^2)(r_1^2-r_p^2)/2]\}\times 10^3\,[\mathrm{N\cdot m}] \tag{15}$$

式(12)还可写成更便于计算与分析的形式。

$$M_N=\frac{\rho\omega^2}{8}\sin\theta\cdot\sin2\alpha_0\left[\frac{1}{k}[(r_{22}{}^5-r_{21}{}^5)/5-r_p^4(r_{22}-r_{21})\right]+[k_1(r_1^5-r_p^5)\times\frac{4}{5}$$
$$+(R'-R_2)(r_1^4-r_p^4)]]\times 10^3\,[\mathrm{N\cdot m}] \tag{16}$$

r_p可以是$r_0\sim r_1$间的任意值。

4.4 平衡效果的分析

现在，让我们把叶片的与平衡块的扭矩公式比较一下：

对于叶片，写出式（6）

$$M_{NL}=(M_{N\max})_L\cdot\sin2(\alpha_{OL}+\gamma) \tag{17}$$

而对平衡块，把（16）写成如下形式

$$M_{NB}=(M_{N\max})_B\cdot\sin2\alpha_{0B} \tag{18}$$

$$(M_{N\max})_B=\frac{\rho\omega^2}{8}\sin\theta\left[\frac{1}{k}[(r_{22}{}^5-r_{21}{}^5)/5-r^4(r_{22}-r_{21})]+[k_1(r_1^5-r_p^5)\times\frac{4}{5}\right.$$
$$\left.+(R'-R_2)(r_1^4-r_a^4)]\right]\times 10^3\,[\mathrm{N\cdot m}] \tag{19}$$

将式（17），（18）相加，令其等于“0”。

$$M_{NL}+M_{NB}=(M_{N\max})_L\cdot\sin2(\alpha_{OL}+\gamma)+(M_{N\max})_B\cdot\sin2\alpha_{OB}=0 \tag{20}$$

为使叶片的扭矩最大时，能完全平衡，显然应该有

$$(M_{N\max})_B=(M_{N\max})=M_{N\max} \tag{21}$$

于是　$M_{N\max}[\sin2(\alpha_{OL}+\gamma)+\sin2\alpha_{OB}]=0$　(22)

因此　$2\sin(\alpha_{OL}+\gamma+\alpha_{OB})\cdot\cos(\alpha_{OL}+\gamma-\alpha_{OB})=0$　(23)

由$\sin(\alpha_{OL}+\gamma+\alpha_{OB})=0$应有$\alpha_{OL}+\gamma+\alpha_{OB}=0\quad \alpha_{OB}=-(\alpha_{OL}+\gamma)$　(24)

对于固定安装角的叶片，可以这样进行平衡是显而易见的。然而，对于可变动叶安装角的情况，就不同了。从$\cos(\alpha_{OL}+\gamma-\alpha_{OB})=0$有

$$\alpha_{OL}+\gamma-\alpha_{OB}=\pm\frac{\pi}{2}\qquad\therefore\alpha_{OB}=\alpha_{OL}+\gamma\pm\frac{\pi}{2} \tag{25}$$

对于可变动叶安装角的情况，只能按式（25）进行平衡。

归纳起来，可以做以下结论：

a）对于固定安装角的叶片（如果也需要平衡的话），可以把平衡块装在以切向为对称轴，与叶片最大扭矩方向对称的位置

b）对于动叶安装角可调节的情况，平衡块应装在与叶片最大扭矩方向成直角的位置。若平衡块的最大扭矩与叶片的最大扭矩相等，则平衡后的扭矩处处为零

5　介绍一种比较适用的数值积分公式

简化的辛卜生二次积分公式[3]。

公式推导：分别在（0，1/2，1）及（$n-1$，$n-1/2$，n）区间和（$1-n-1$）区间使用辛卜生公式：

$$\frac{h}{3}\left[\left(\frac{1}{2}y_0+\frac{4}{2}y_{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}y_1\right) \qquad +\left(\frac{1}{2}y_{n-1}+\frac{4}{2}y_{n-\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}y_n\right)\right]$$

$$+y \qquad + \qquad 4y_2+\cdots\cdots \qquad +y_{n-1}$$

相加，经整理，便可得到

$$I=\frac{x}{n}\left[\frac{3}{12}y_0+\frac{4}{12}y_{1/2}+\frac{11}{12}y_1+y_2+\cdots+\frac{11}{12}y_{n-1}+\frac{4}{12}y_{n-1/2}+\frac{3}{12}y_n\right]$$

这就是所求的简化辛卜生二次积分公式。

上面是对结点数为奇数的情况推导的。实际上，结点数为偶数时，公式的形式完全相同。分别在（0，1/2，1）及（1～n）区间用辛卜生公式，然后再对（0～n～1），（$n-1$，$n-1/2$，n）区间应用辛卜生公式，最后相加，便得到完全相同形式的公式。

简化的辛卜生二次积分公式，能在偶数结点时使用，是对经典的辛卜生公式的重大改进。此外，它的精度比较高，结构上与矩形公式相近，比较直观，不易出错等优点，也都很显著。

6 结束语

在通风机设计中，动叶的扭矩平衡计算很烦琐。叶片的几何特性和扭矩计算，多次用到数值积分。由图2可知，计算中是不宜做简化处理的，若叶型参数沿径取某种平均值，则会引入更大的误差。具体如何进行较精确的计算，这里没有必要赘述。但是，笔者的体会是，选择适当的积分公式和积分方法，也可以带来一些方便。根据具体情况，选择参考文献〔1〕，〔2〕或〔3〕中的公式，比常规的公式要方便得多。其中〔3〕中的简化辛卜生二次积分公式很实用。由于一般手册中没有给出，本文也做了简单介绍。该公式，在很多数值积分的场合都是很适用的。

在准确计算出叶片扭矩的基础上，应用本文给出的平衡块设计的解析式，可很方便的设计出比较理想的平衡块。

参 考 文 献

1 张春霖．近似积分公式在叶片机械的测试与计算中的应用．舰船透平锅炉，1976(1)

2 张春霖．近似积分原理在叶片机械的测试与计算中的应用——一组新的比切比雪夫公式更适用的积分公式．数值计算与计算机应用，1981，2(2)

3 Ethridge Noel H. A simple quadrature formula from simpson's rule applicable for ODD or EVEN n. AD-A116 867/3. June. 1982

（李乡复　编辑）

（下转第167页）

作位置与理论分析的工作位置不尽相同，主要为：

1 当轴承载荷为重力方向时，轴承的非承载瓦块脱离轴承外壳。

2 轴承各承载瓦块的摆角缩小。

3 轴承的最小油膜厚度增加。

4 个别瓦块（03瓦块）工作位置不正常，尚待进一步研究。

参 考 文 献

1 张直明，张言羊等. 滑动轴承的流体动力润滑理论. 第1版，北京：高等教育出版社，1986

2 西安交大基础部轴承研究小组. 可倾瓦径向滑动轴承性能计算. 西安交大科学技术报告，78-135

3 朱钧. 可倾瓦径向滑动轴承最小油膜厚度计算. 西安交大科学技术报告，78-134

（李乡复 编辑）

An Exploratory Study of the Swing Relationship of Tilting Pad Journal Bearing Pads

Zhou Dayuan, Qu Jinghe, Jin Zuyao

(*Harbin Marine Boiler & Turbine Research Institute*)

Abstract

By telemetering the oil film thickness in a static bearing test the pad varying swing position of a tilting pad journal bearing (without preloading) during the test has been identified and ascertained, which can provide some useful hints in understanding the bearing pad swinging relationship under operating conditions.

Key words: *tilting pad journal bearing, oil film thickness, telemetry analysis of test results*

（上接第138页）

On the Centrifugal Force-induced Torque in Axial Fan Blades and the Related Equilibrium Poblem

Zhang Chunlin

(*Harbin Marine & Turbine Research Institute*)

Abstract

A discussion on the torque and counter weight design of axial fan blades under the action of a centrifugal force is presented in this paper with a brief description being given of the blade torque calculation method and an analytic expression of counter weigit design. The balancing effects at different setting angles have been verified.

Key words: *axial flow fan, blade, torque, calculation*