

# 有限速率过程对活塞式斯特林 发动机性能的影响

胡亚联 吴 锋 (武汉化工学院)

〔摘要〕 本文讨论在给定热源温度和压缩比的情况下,过程进行的速率有限,并受热传导不可逆影响的内可逆活塞式斯特林发动机的最优性能,导出以理想气体或范德瓦尔斯气体为工质的斯特林发动机的最大输出功率与热效率的关系,以及最大热效率与输出功率的关系,并推出了一些新的有限时间热力学的性能界限。

关键词 内可逆循环 最优化 有限时间热力学

## 1 引 言

斯特林发动机采用价廉易得的能源(如太阳能、原子能),且以外燃代替内燃,这对保护环境免受污染,缓解世界石油供应紧张都起了重大作用,特别是它具有理论上的最高效率:

$$\eta_c = 1 - T_L/T_H \quad (1)$$

式中,  $T_H$ 、 $T_L$  分别是高低温热源的温度。而成为很有发展前途的机型,在80年代已成为与柴油机相竞争的一种外燃机,但与卡诺热机一样,式(1)只是理想可逆热机的经典热力学性能界限,因为一方面由于不可逆因素的影响,实际机的性能指标达不到这个上界,另一方面要达到这个理论上的最高效率一是需要理想回热器,二是要求工质的热力过程必须以无限缓慢的速率进行,使该热机的输出功率  $P = (Q_1 - Q_2)/\tau$  ( $\tau$  为周期,  $Q_1 - Q_2 = W$  为该机对外做的净功) 为零,显然不符合实际的。本文将考虑热阻等不可

逆因素以及有限速率过程对内可逆斯特林活塞型发动机性能的影响,由此得出一些更为适用的有限时间热力学性能界限。可为实际热机最佳状态的选择给出更多的理论根据。

## 2 理论模型

考虑一活塞型的斯特林发动机,气缸的容积  $V$  靠两活塞的运动在  $V_1$  与  $V_2$  ( $V_1 \leq V \leq V_2$ ) 之间变化,工作于两个温度分别为  $T_H$  和  $T_L$  ( $T_H > T_L$ ) 的热源之间。

2.1 气缸中的工质为  $n$  摩尔理想气体,满足状态方程:

$$P = nRT/V \quad (2)$$

2.2 工质与热源进行热交换时,热传导满足牛顿线性定律:

$$dQ_1/dt = \alpha(T_H - T_1) \quad (3)$$

$$dQ_2/dt = \beta(T_2 - T_L) \quad (4)$$

其中  $dQ_1/dt$ ,  $\alpha$ ,  $T_1$  分别是工质从  $T_H$  热源吸热时的热流,热传导系数和工质在膨胀腔的温度,而  $dQ_2/dt$ ,  $\beta$ ,  $T_2$  分别是工质向  $T_L$  热源放热时的热流,热传导系数和工质在压缩

腔的温度，在每一循环中，工质从高温热源吸收的热量为  $Q_1$ ，放给低温热源的热量为  $Q_2$ ，故有  $T_H > T_1 > T_2 > T_L$ 。

**2.3** 在定容回热过程中，工质内部温度  $T$  的时间导数  $dT/dt$  与  $(T_1 - T_2)/T$  成正比。

**2.4** 除热阻外，略去其它不可逆因素，工质内部进行准静态定容回热循环，即我们考虑的发动机模型是内可逆的斯特林发动机。

### 3 有限速率过程及其工作时间

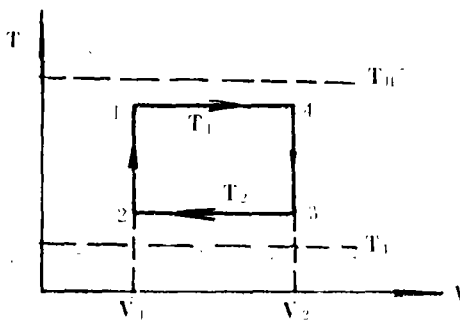


图 1 T—V 图

内可逆斯特林循环 T—V 图如图所示，其中  $V_1$  和  $V_2$  分别为定容吸、放热过程中工质气体的容积。

#### 3.1 等温膨胀过程

在等温膨胀过程  $1 \rightarrow 4$  时，加热器（温度  $T_H$ ）维持气体温度  $T_1$  不变，工质容积由  $V_1$  膨胀到  $V_2$ ，由热力学第一  $ds$  方程：

$$T ds = C_v dT + T(\partial p / \partial T)_{v,d} dV \quad (5)$$

注意到工质气体作等温变化  $dT = 0$ ，将 (2) 式代入 (5) 式，可得工质从加热器中吸收的热量

$$Q_1 = \int_{(1)}^{(4)} T ds = \int_{V_1}^{V_2} nRT_1 \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (6)$$

工质等温膨胀过程时间由 (3)、(6) 两式，得

$$t_1 = \frac{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\alpha(T_H - T_1)} \quad (7)$$

#### 3.2 定容放热过程

在过程  $4 \rightarrow 3$  中，气体保持体积  $V_2$  不变，将热量传给回热器填料，因而温度从  $T_1$  降到  $T_2$ ，由理论模型的假设 3 有

$$dT/dt = -K_1(T_1 - T_2)/T$$

上式分离变量积分得定容放热过程经历的时间  $t_2$  为：

$$t_2 = (T_1 + T_2)/2K_1 \quad (8)$$

#### 3.3 等温压缩过程和定容吸热过程

在过程  $3 \rightarrow 2$  中，气体温度  $T_2$  保持不变，容积由  $V_2$  压缩到  $V_1$ ，向冷却器（温度为  $T_L$ ）放出热量  $Q_2$ ，由 (5) 和 (2) 两式，并考虑到等温变化  $dT = 0$  得：

$$(-Q_2) = \int_{(3)}^{(2)} T ds = \int_{V_2}^{V_1} \frac{nRT_2}{V} dV = -nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

即：
$$Q_2 = nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (9)$$

式 (9) 与 (4) 式联立有等温压缩过程所需的时间为：

$$t_3 = (nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}) / \beta(T_2 - T_L) \quad (10)$$

定容吸热过程  $2 \rightarrow 1$ ，气体从回热器填料吸热，温度由  $T_2$  升到  $T_1$ ，由：

$$dT/dt = K_2(T_1 - T_2)/T$$

分离变量积分可得该过程历经的时间为

$$t_4 = (T_1 + T_2)/2K_2 \quad (11)$$

#### 3.4 循环周期 $\tau$

由上讨论，可知循环周期  $\tau$  为：

$$\tau = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$$

$$= \frac{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\alpha(T_H - T_1)} + \frac{T_1 + T_2}{2K_1} +$$

$$+ \frac{nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\beta(T_2 - T_L)} + \frac{T_1 + T_2}{2K_2}$$

令  $K = \frac{\beta}{2Rn} \left( \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right)$ ,  $\lambda \equiv V_2/V_1$

有  $\tau = \frac{nRT_1 \ln \lambda}{\alpha(T_H - T_1)} + \frac{nRT_2 \ln \lambda}{\beta(T_2 - T_L)} +$

$$+ \frac{nRK}{\beta}(T_1 + T_2) \quad (12)$$

### 4 最大功率与最佳效率

对于斯特林发动机, 由于两定容回热过程2→1和4→3中, 气体不对外做功, 内能变量因两过程的温差  $(T_1 - T_2)$  相同, 从而吸放热相等, 与整个循环能量消耗无关。将式 (6)、(9) 代入  $\eta = W/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1$  中可得该机的热效率为:

$$\eta = 1 - T_2/T_1 = 1 - x \quad (13)$$

其中,  $x = T_2/T_1$  每一循环中加热器对斯特林发动机的供热率  $\pi$  应为:

$$\pi = Q_1/\tau$$

将 (6)、(12) 两式代入, 可得:

$$\pi = \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{T_H - T_1} + \frac{x}{(xT_1 - T_1)} + \frac{K}{\ln \lambda}(1+x) \quad (14)$$

由 (13) 可知  $\eta$  是  $x$  的单值函数, 给定  $\eta$  相当于给定  $x$ , 故由式 (14) 与极值条件  $(\frac{\partial \pi}{\partial T_1})_\eta = (\frac{\partial \pi}{\partial T_1})_x = 0$  可得最佳供热率与效率  $\eta$  之间的

关系:

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{\beta}{\frac{\mu x}{xT_H - T_L} + \frac{K}{\ln \lambda}(1+x)} \\ &= \beta \left[ \frac{\mu(1-\eta)}{(1-\eta)T_H - T_L} + \frac{K(2-\eta)}{\ln \lambda} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $\mu = (1 + \sqrt{\beta/\alpha})^2$ , 为与导热系数有关的常数。依输出功率  $p = \pi\eta$  和式 (15) 得到功率与效率之间的优化关系:

$$p = \beta\eta \left[ \frac{\mu(1-\eta)}{(1-\eta)T_H - T_L} + \frac{K(2-\eta)}{\ln \lambda} \right]^{-1} \quad (16)$$

再由  $(\frac{\partial \rho}{\partial T_1})_\eta (\frac{\partial \eta}{\partial \rho})_{T_1} (\frac{\partial T_1}{\partial \eta})_\rho = -1$ , 在

$(\frac{\partial \eta}{\partial \rho})_{T_1} \neq 0$  情况下, 条件  $(\frac{\partial \rho}{\partial T_1}) = 0$  与

$(\frac{\partial \eta}{\partial T_1})_\rho = 0$  相当, 从 (16) 式可解出给定

高低温热源温度、压比以及功率时的最佳效率:

$$\eta = \frac{1}{2} \left\{ \left( \eta_c + \frac{2A + \mu/T_H}{A + \beta/\rho} \right) + \right.$$

$$\left. \sqrt{\left( \eta_c + \frac{2A + \mu/T_H}{A + \beta/\rho} \right)^2 - 4 \frac{(2A\eta_c + \mu/T_H)}{A + \beta/\rho}} \right\} \quad (17)$$

其中,  $A = K/\ln \lambda$ 。显然, 最佳效率不仅依赖于压比  $\lambda$ , 而且与导热系数、定容回热时间系数均有关, 比式 (1) 更接近实际。

在式 (16) 中, 令  $\partial \rho / \partial \eta = 0$ , 取有物理意义的解, 求得与最大功率对应的效率

$$\eta_0 = \frac{(1 + B\eta_c) - \sqrt{(1 - \eta_c)(1 + B\eta_c)}}{1 + B} \quad (18)$$

其中,  $B = \frac{2kT_H}{\mu \ln \lambda} = \frac{T_H}{\mu} A_0$ 。可证  $\frac{\partial^2 \rho}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta = \eta_0}$

$< 0$ , 从而将式 (18) 代入式 (16) 可得给定条件下的斯特林发动机输出功率之上界为:

$$p_{max} = \beta\eta_0 \left[ \frac{\mu(1-\eta_0)}{(1-\eta_0)T_H - T_L} + \frac{K(2-\eta_0)}{\ln \lambda} \right]^{-1} \quad (19)$$

## 5 讨 论

### 1 定容回热时间的影响

当压缩比  $\lambda = V_2/V_1 \rightarrow \infty$ , 即  $B \rightarrow 0$ , 由式 (18) 可得与最大输出功率对应的热效率

$$\eta_m = 1 - \sqrt{\frac{T_H}{T_L}} < \eta_c \quad (19)$$

这正是许多学者讨论过的著名的 CA 效率, 我们在此极限下也得到是很有意义的。将

式(20)代回到式(19)得到对应的最大输出功率:

$$p_{max} = \frac{\beta}{\mu} (\sqrt{T_H} - \sqrt{T_L})^2 \quad (21)$$

上式中不再含 $K$ , 这相当于忽略定容回热时间, 但实际斯特林发动机的压缩比不能视为无限大, 循环中的定容回热时间不为零, 这样由式(19)给出的优化关系更具有实际意义, 要提高输出功率, 压缩比 $\lambda$ 不能太小。同时也说明内可逆的斯特林发动机性能与工质的性质有关。

## 2 有关的有限时间热力学性能界限

一方面在式(16)令 $\eta = \eta_c = 1 - T_L/T_H$ 时, 可得输出功率 $p=0$ , 另一方面, 从式(17)中知最佳 $\eta$ 是 $\rho$ 的单调减函数, 当 $\rho \rightarrow 0$ 时,  $\eta = \eta_c = 1 - (T_L/T_H)$ 。由此可见, 若要发动机输出功率不为零, 其效率 $\eta$ 总是小于 $\eta_c$ , 当高低热源温度给定时, 由式(16)、(17)(19)知:  $p$ 、 $p_{max}$ 、以及 $\eta$ 都与 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $K$ 和 $\lambda$ 有关, 这就表明热阻、不可逆性、有限速率过程和压缩比等因素对斯特林发动机性能有影响。要提高斯特林发动机的性能, 就必须在增大压缩比, 减少定容回热时间, 以及

选取导热系数较大的材料上下功夫。因此在实际应用中, 式(16)、(17)、(19)可以作为新的有限时间热力学性能界限来取代经典热力学界限式(1)。这也给斯特林发动机的制造提出了一个优化设计的方案, 帮助我们选择合适的参数, 以提高其性能, 节约能源, 达到最佳运行状态。

3 如果工质为范德瓦尔斯气体, 本文得出的一切结论仍然适用, 只需在各式中用气体分子实际能自由活动的容积之比 $\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb}$

代替 $\frac{V_2}{V_1}$ 即可。

## 参 考 文 献

- 1 Gutkovicz-krusin D, Procaccia I, Ross J. J. Chem. Phys. 1978, 69 (9), 3898-3906
- 2 庞麓鸣, 汪孟乐, 冯海仙. 工程热力学. 高等教育出版社, 1986: 393-398
- 3 陈金灿, 严子浚, 厦门大学学报(自然科学版). 1989, 28(3), 255-260
- 4 Salamon P, Nitzan A. J. Chem. Phys. 1981, 74(6), 3546-3560

# The Effect of Finite Speed Rate process on Piston Stirling Engine Performance

Hu Yalicy, Wu Feng

(Wuhan Chemical Engineering Institute)

## Abstract

Under the conditions of a given heat source temperature and compression ratio the authors discuss the optimal performance of an endoreversible piston Stirling engine influenced by an irreversibility of heat conduction when there exists a finite speed rate process. Derived are the relations between maximum power output and thermal efficiency as well as between maximum thermal efficiency and power output of the Stirling engine with an ideal gas or Van der Waals gas serving as a working fluid. Some new performance limits of the finite time thermodynamics are also given.

**Key words:** endoreversible cycle, optimization, finite time thermodynamics