# 旋转平板上水膜流动的数值模拟

李学来　(哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所)
于瑞侠　(哈尔滨船舶工程学院)

〔摘要〕对有汽流掠过的旋转平板上的水膜流动进行了数值模拟,得出了该类水膜流动的速度分布和水膜厚度分布规律。

关键词　旋转平板　水膜　汽轮机　除湿
分类号　TK212

## 1　引言

目前核动力汽轮机的工质大多数为饱和蒸汽,由于核动力装置本身的特点,往往在汽轮机入口的蒸汽就处于饱和状态之下,例如:核电站汽轮机入口蒸汽湿度一般为 0.2—0.3%;核动力舰船用汽轮机一般为 0.5%左右。如不采取任何中间再热和除湿措施,则在汽轮机末级叶片出汽边湿度可达 25%。这样大的湿度不但会降低汽轮机的热效率,而且还会使喷嘴和动叶遭到严重的侵蚀和损坏。旋转平板上水膜流动的研究对汽轮机内部除湿及叶片侵蚀的研究都有一定参考价值。

## 2　控制方程

研究这样一个旋转平板上的水膜流动:平板与转轴有一距离 $y_0$;该平板相对于转轴以角速度 $\omega$($\omega$ = 常数)旋转;水膜沿平板表面运动;汽流掠过水膜表面,并且汽流中的水分以沉降率(DOD)$Q_s$ 均匀地沉积在平板表面上($Q_s$ 为单位时间内单位面积上沉降的水分量)。

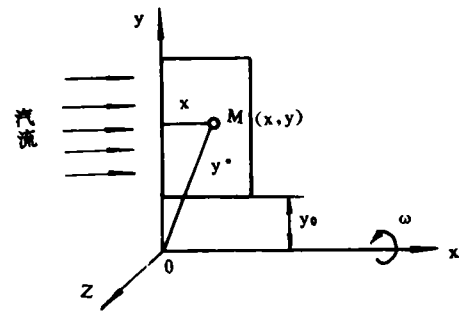



图 1　旋转平板及其坐标系

通常,汽轮机叶片上的水膜呈非定常流动,然而,对于某一确定工况,由于汽流参数及叶轮转速都为定值,则水膜呈定常流动。这样,可分别对每种工况按定常流动处理。

由于水膜厚度很小(为 $10^{-6}$m 量级),它构成汽流附面层的一部分,属粘性底层。故可认为平板上水膜流动为层流流动。

收稿日期　1992　09　09　收修改稿　1992　11　23
本文联系人　李学来　男　28　博士生　150036　哈尔滨 77　3 信箱

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

另外，不考虑汽液界面的热量交换，也不考虑水膜的破裂及水滴撞击水膜造成的飞溅和反弹。水膜流动的连续方程和运动方程可表示为：

$$\nabla\vec{C} = Q_S/\delta \tag{1}$$

$$(\vec{C}\cdot\nabla)\vec{C} = -\frac{1}{\rho'}\nabla\vec{P} + v'\nabla^2\vec{C} \tag{2}$$

式中 $\vec{C} = \vec{W} + \vec{U}$ (2a)

$\vec{W} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ (2b)

$\vec{U} = \vec{w} \times \vec{y}^*$ (2c)

其中 $\vec{C}$、$\vec{W}$、$\vec{U}$—— 分别为水膜流动的绝对速度向量、相对速度向量和牵连速度向量

$\vec{u}$、$\vec{v}$、$\vec{w}$——$\vec{W}$ 在 x、y、z 轴上的投影

$\delta$—— 水膜厚度

$\rho'$—— 水的密度

$v'$—— 水的运动粘度

$\vec{w}$—— 旋转角速度向量

$\vec{y}^*$—— 平板上任一点的向径

直接求解式(1)、(2)很困难，根据水膜流动的具体特点，对式(1)、(2)作如下处理：

(a) 式(2)在 Z 轴上的投影：由于水膜在 Z 方向的运动主要是由科氏力在 Z 方向的分量引起的，而这一科氏力分量与离心力、汽流携带力相比是个小量，因此，水膜沿 Z 轴方向的速度分量 $\vec{w}$ 比沿 x、y 方向的速度分量 $\vec{u}$、$\vec{v}$ 要小得多—$\vec{w}$ 对水膜运动速度 $\vec{W}$ 的贡献很小，可以忽略不计。故，式(2)在 Z 轴上的投影方程变为：

$$w = 0 \tag{3}$$

(b) 二次项 $\nabla^2\vec{C}$：由于粘性底层中的速度沿边界层厚度方向呈线性分布，水膜运动速度沿水膜厚度方向(Z 轴方向)呈线性分布。则式(2)中二次项 $\nabla^2\vec{C}$ 在 Z 方向的投影为零：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} = 0;\quad \frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} = 0 \tag{4}$$

(c) 静压梯度 $\nabla\vec{P}$：我们研究的平板类似于汽轮机纯冲动式叶片，在其上认为没有焓降，叶片进出口压力相等，即沿汽流方向压降为零；另外，对扭转叶片汽流参数沿叶高变化的计算表明：级前温度和压力可以认为沿叶高不变。即有：

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0;\quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

将式(2a)、(2b)、(2c)、(3)、(4)、(5)代入式(1)、(2)各投影方程中，得到：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{Q_s}{\delta} \tag{6}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = v'\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{Q_s}{\rho'\delta}u \tag{7}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = w^2 y + v'\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \frac{Q_s}{\rho'\delta}v \tag{8}$$

$$w = 0 \tag{9}$$

式(6)～(9)构成水膜运动控制方程组。

## 3 方程组的离散、边界条件及源项处理

### 3.1 方程组的离散

对连续方程(6)，采用中心差分，得到：

$$\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\triangle x} + \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2\triangle y} = \frac{Q_s}{\rho'\delta_{i,j}} \tag{9}$$

运动方程(7)、(8)可写成如下通用形式：

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho' u_i \Phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_j}\right) + S_\Phi \tag{10}$$

式中 $\Phi$—— 因变量

$\Gamma_\Phi$—— 扩散性系数

$S_\Phi$—— 源项

对于式(7)、(8)，$\Phi$、$\Gamma_\Phi$、$S_\Phi$ 具有如下特定含义：

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

| 符号 / 方程 | $\Phi$ | $\Gamma_\Phi$ | $S_\Phi$ |
|---|---|---|---|
| $u$ 运动方程 | $u$ | $\mu'$ | $-Q_s u/\rho'\delta$ |
| $v$ 运动方程 | $v$ | $\mu'$ | $w^2 y - Q_s v/\rho'\delta$ |

对通用方程(10)的离散，在整个计算区域内采用交错网格系统划分均匀网格，如图2所示。P点是主网格点，代表压力、物性等一些物理量的位置，而速度网格节点则相对于主网格节点P错升一个位置，即图中的w、e、n、s点。

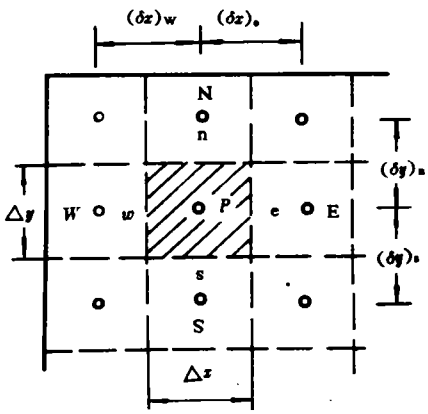



图 2　离散方程用的一个网格

在上述网格划分的基础上，采用控制容积法将式(10)离散化。离散后的通用方程形式为：

$$a_p\Phi_p = a_E\Phi_E + a_W\Phi_W + a_N\Phi_N + a_S\Phi_S + b \tag{11}$$

式中：
$$a_E = D_e A(|P_e|) + 【-F_e, O】$$
$$a_W = D_w A(|P_w|) + 【F_w, O】$$
$$a_N = D_n A(|P_n|) + 【-F_n, O】$$
$$a_S = D_s A(|P_s|) + 【F_s, O】$$
$$b = S_c \triangle x \triangle y$$
$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \triangle x \triangle y$$

其中：
$$F_e = (\rho' u)_e \triangle y$$
$$D_e = \Gamma_e \triangle y/(\delta x)_e$$
$$F_w = (\rho' u)_w \triangle y$$
$$D_w = \Gamma_w \triangle y/(\delta x)_w$$
$$F_n = (\rho' v)_n \triangle x$$
$$D_n = \Gamma_n \triangle x/(\delta y)_n$$
$$F_n = (\rho' v)_s \triangle x$$
$$D_s = \Gamma_s \triangle x/(\delta y)_s$$

以上各式中，$A(|P|)$ 为格式函数，它由差分方案决定，采用幂函数差分方案，则有：

$$A(|P|) = 【0, (1 - 0.5|P|)^5】$$

$F_e$、$F_w$、$F_n$、$F_s$ 分别代表通过控制容积界面e、w、n、s的质量流量；$D_e$、$D_w$、$D_n$、$D_s$ 为扩散传导性系数；$P_e$、$P_w$、$P_n$、$P_s$ 为贝克列数，定义如下：

$$P_e = F_e/D_e$$
$$P_n = F_n/D_n$$
$$P_w = F_w/D_w$$
$$P_s = F_s/D_s$$

符号"【$A$,$B$】"表示取 $A$、$B$ 两值中较大值。$S_c$、$S_p$ 分别为源项线性化后的常数项和斜率。

由式(11)可导出 $u$、$v$ 运动方程的离散化形式：

$$A_P u_{i,j} = A_E u_{i+1,j} + A_W u_{i+1,j} + A_N u_{i,j+1} + A_S u_{i,j-1} + B_{i,j} \tag{12}$$

$$A'_P v_{ij} = A_E v_{i+1,j} + A_W v_{i-1,j} + A_N v_{i,j+1} + A_S v_{i,j-1} + B'_{i,j} \tag{13}$$

式中

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S - S_{pu} \triangle x \triangle y$$
$$B_{i,j} = (S_{cu} - Q_S/S_{i,j}) \triangle x \triangle y$$
$$A'_p = A_E + A_W + A_N + A_S + S_{pv} \triangle x \triangle y$$
$$B'_{i,j} = (S_{cv} - Q_S/\delta_{i,j}) \triangle x \triangle y$$

其中 $A_E$、$A_W$、$A_N$、$A_S$ 分别与 $a_E$、$a_W$、$a_N$、$a_S$ 相等。

将式(12)、(13)写成松弛迭代的形式：

$$u^{n+1}_{i,j} = u^n_{i,j} + \xi B \tag{14}$$

$$v^{n+1}_{i,j} = v^n_{i,j} + \xi' B \tag{15}$$

式中　$\xi$、$\xi'$ —— 松驰因子

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$B = \frac{1}{A_p}[A_E u_{i+1,j}^n + A_W u_{i-1,j}^n + A_N u_{i,j+1}^n + A_S u_{i,j-1}^n + B_{i,j} - A_p u_{i,j}^n]$$

$$B' = \frac{1}{A_p'}[A_E v_{i+1,j}^n + A_W v_{i-1,j}^n + A_N v_{i,j+1}^n + A_S v_{i,j-1}^n + B_{i,j} - A_p' v_{i,j}^n]$$

由式(9)、(14)、(15)构成控制方程的离散化方程组。

### 3.2 边界条件

如图 3 所示，ABCD 围成的区域为计算域，其中，AB、BC 为入流边界；CD、DA 为出流边界。在入流边界处，由于水膜厚度为零，则水膜速度亦为零。即：

$$x = 0, \quad u = v = 0 \tag{16}$$

$$y = y_0, \quad u = v = 0 \tag{17}$$

由于水膜沿 x、y 方向呈单向流动(没有回流)，故各种主要影响只可能从上游传播到下游，水膜在某一点的状态主要受其上游条件影响，而下游条件对它影响不大。可把每次计算得到的出流边界前一站上各网格点的值作为出流边界条件。

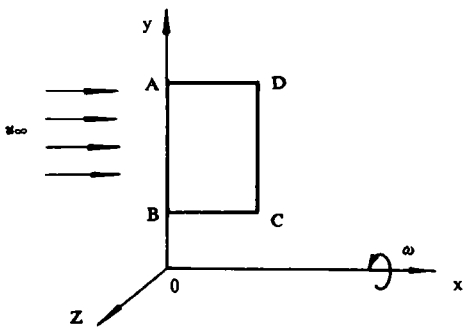



图 3　求解域边界图

### 3.3 源项的线性化

对 u、v 运动方程中的源项分别取如下线性化形式：

$$S_{\Phi u} = S_{cu} + P_{pu} u \tag{18}$$

$$S_{\Phi v} = S_{cv} + P_{pv} v \tag{19}$$

式中　$S_{cu} = 0$；　$S_{pu} = -Q_S/\rho'\delta$

$S_{cv} = w^2 y$；　$S_{pv} = -Q_S/\rho'\delta$

## 4　方程求解步骤及程序框图

对离散方程组采用高斯—塞德尔迭代法进行求解，求解步骤如下：

(1)给出迭代初值 $u_0$、$v_0$、$s_0$；

(2) 求解方程(14)、(15) 得到 $u^{n+1}$，$v^{n+1}$；

(3) 求解方程(9)，得到 $\delta^{n+1}$；

(4) 返回第(2) 步，直到 $u$、$v$、$\delta$ 都收敛到给定精度为止。

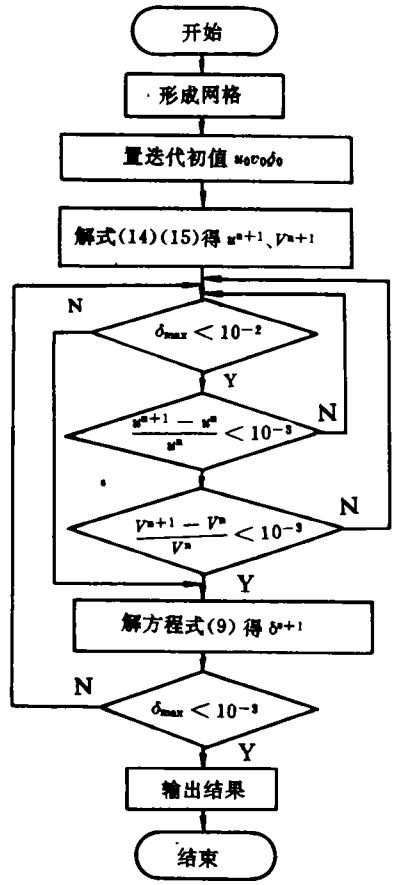
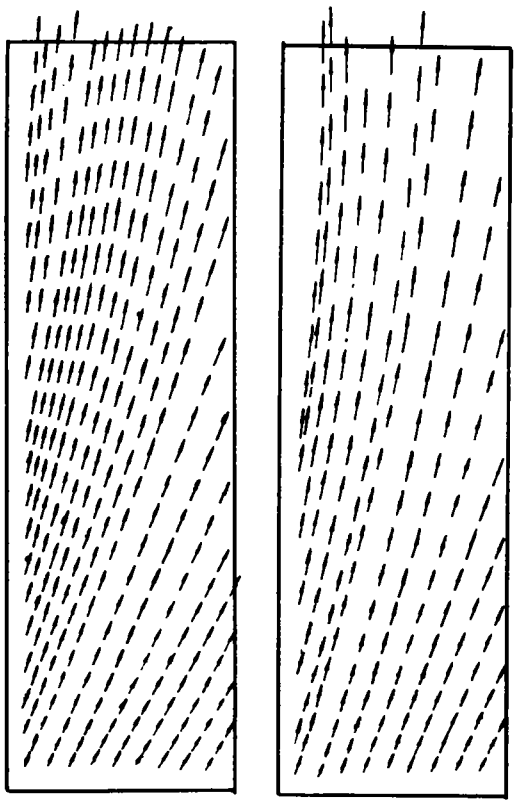



图 4　计算程序框图

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

## 5 算例及计算结果分析

以某舰主机高压缸最后一级动叶为母型，在 POD＝(1－40)％范围内对旋转平板上的水膜流动进行计算，其中，POD 为 10％、40％时的计算结果绘于图 5～11。



(POD＝10％)　　(POD＝40％)

图 5　水膜流动图

图 5 是水膜流动图。箭头方向代表水膜流动方向，箭头长度代表水膜速度的大小(平均速度)。水膜大部分沿半径方向流动，只有一小部分沿平板出汽边流出。随着 POD 的增加，这种趋势更加明显。图 6、图 7 给出了水膜流动速度分布。水膜速度沿半径方向逐渐增大，而且增大得越来越快；水膜速度沿汽流方向亦不断增大，但增加得越来越慢。水膜速度随 POD 增大而增大。

图 8、图 9 为水膜厚度分布曲线。图中表明：水膜厚度在汽流方向起初不断增加，但当 $x>1.5$ cm 时便不再有明显变化。水膜厚度沿径向亦是起初逐渐增大，但在 $R>4$ cm 后

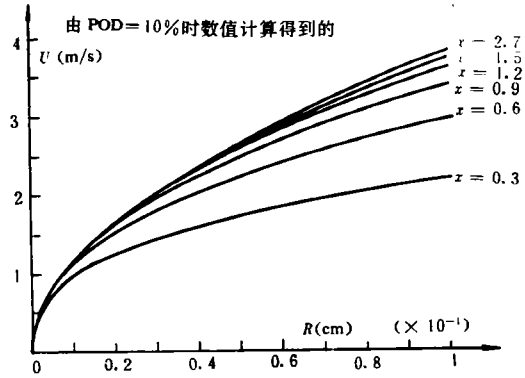



图 6　水膜速度分布(POD＝10％)

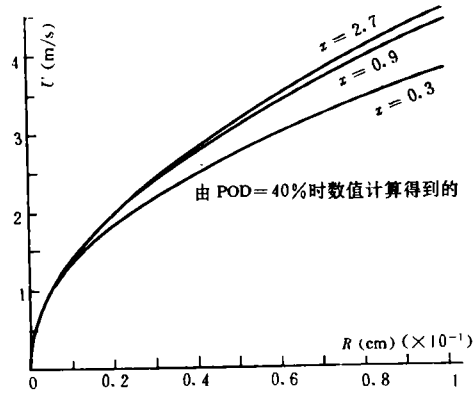



图 7　水膜速度分布(POD＝40％)

便不再增加了。POD 增大，水膜厚度增大。当 POD＝(1－40)％时，水膜厚度界于 $10^{-6}$～$10^{-4}$ m 范围内。莫斯科动力学院在离心力场下对汽轮机动叶上水膜厚度进行过测量，测得水膜厚度为 $(0.7-1.2)\times10^{-5}$ m，我们的计算结果与之在数量级上基本吻合。

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

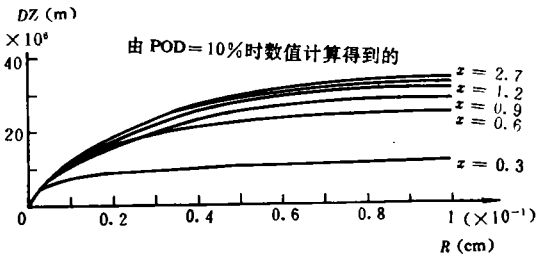



图 8　水膜厚度分布(POD=10%)

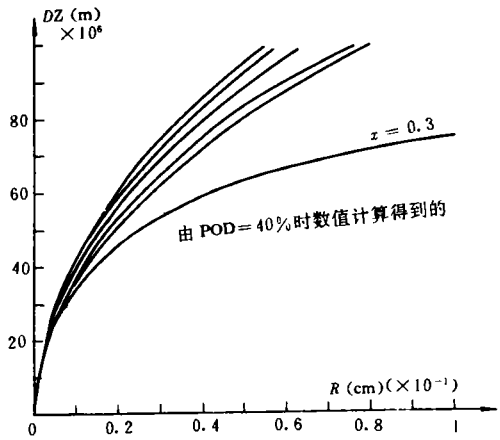



图 9　水膜厚度分布(POD)=40%)

图 10、图 11 为水膜雷诺数分布曲线。计算结果表明:在我们研究范围内,水膜基本为层流运动。只是当 POD≥40%时,在平板出流边界附近出现紊流。

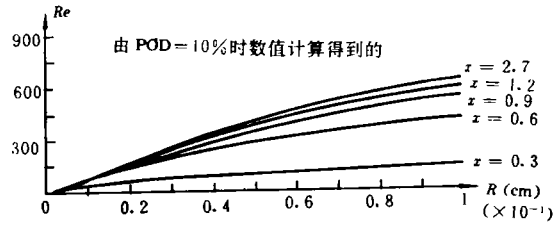



图 10　水膜雷诺数分布(POD=10%)

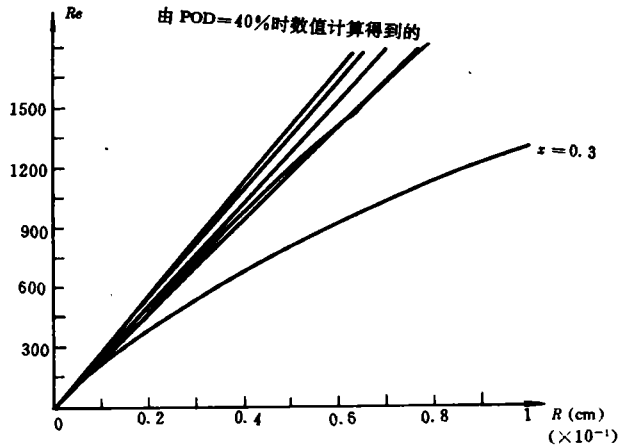



图 11　水膜雷诺数分布(POD=40%)

## 参 考 文 献


1　孙先亮.罗春新.关于汽轮机通流部分内部的除湿.热能动力工程,1986(6)

2　M. J. Moore. Misture seperators and reheaters for wet steam turbines. I. M. E. Design cofn. , 1979

3　Filippov G A. Promblems of misture seperation in wet steam turbines. ASME winter annual meeting. 1978. (12):10—15

4　Patanker S V. 传热与流体流动的数值计算. 科学出版社.1984


(编辑　渠源沥)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

cessed were the heat transfer data of the high-pressure two-phase steam/water flow in Φ32×3 mm slightly inclined tubes and satisfactory results have been obtained. **Key words**: *temperature field, source item, two-phase flow, heat release factor, boundary conditions, model*

(98) **Numerical Simulation of Water Film Flow on a Rotating Plate** …… Li Xuelai (*Harbin Marine Boiler & Turbine Research Institute*)

A numerical simulation is conducted of water film flows on a steam flow-swept rotating plate. The speed distribution of such water film flows has been determined along with the water film thickness distribution variation relationship. **Key words**: *rotating plate, water film, steam turbine, wetness removal*

(104) **An Investigation of Built-up Laminated Sheet Characteristics under the Condition of Transverse Displacements** …… Wang Xinfeng, Fang Honghui (*Nanjing Aeronautical Institute*)

By the use of Hellinger-Reissner variation functional the authors present a hybrid single-element model of multi-layer thin sheets and have made an analytical computation of the characteristics of built-up laminated sheets based on the use of hybrid single elements in the presence of transverse displacements. The correctness of the computation method has been corroborated by experiments. **Key words**: *built-up laminated sheet, hybrid single element, stress, calculation*

(111) **An Exploratory Investigation of the Computer-Based Control of Utility Coal-Fired Boiler Furnace Combustion** …… Zhou Huaichun, Han Caiyuan (*Key National Laboratory for Coal Combustion Research at Central China Polytechnical University*)

In this paper is discussed the problem concerning the coal-firing system computer-based control for utility coal-fired boilers through the use of conventional control techniques. The authors focus on the following aspects: simulation research approaches, proper PID parameter setting method, the compensation of measurable internal perturbation by the fuel control loop, the treatment of nonlinear fan regulation valve in the air flow rate control loop. Some new understanding as regards a new type of combustion control mode is also presented. **Key words**: *boiler, combustion control, computer applications*

(117) **Rapid Determination of Coal's Proximate Analysis with the Help of a Thermogravimetric Method** …… Zhu Qunyi, Zhao Guangbo, Huang Yimin, Chen Chongsu, Yu Hongbin (*Harbin Institute of Technology*)

The authors explore the possibility of determining coal's proximate analysis with the aid of thermogravimetric method and present the test conditions and results. It is found that the results of proximate analysis based on the TG method are in good agreement with those obtained with a standard method. **Key words**: *thermal balance, thermogravimetric method, coal's proximate analysis*

(121) **The Finite-Time Thermodynamic Performance of Heat Pump Plants with the Heat Leak Effect being Taken into Account** …… Chen Lingen, Sun Fengrui, Chen Wenzhen (*Wuhan Naval Academy of Engineering*)

?1994-2017 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net