

一类不可逆卡诺热机最佳效率和功率间的关系

路莹 田鑫泉

(洛阳师范高等专科学校)

[摘要] 采用包括 Dulong-Petit 非线性传热率和热漏的不可逆卡诺热机模型, 导出其基本优化关系, 并讨论了热机在最大输出功率时的效率问题。

关键词 有限时间热力学 卡诺热机 热阻 热漏 基本优化关系 最佳效率

分类号 TK123

0 引言

在热力循环中, 由于存在热阻、工质与热源间进行热交换时遵从不同的传热规律对热力循环的各种性能均有重要影响, 所以有限时间热力学自问世以来, 已有大量文献研究了这一问题, 并获得了一系列有价值的结果^[1-11]。所研究的传热规律主要包括牛顿线性传热律、线性唯象律和热辐射定律等。但是, 在实际中工质与热源间的热交换往往是几种传热方式同时存在, 并非只按照某种单一的传热规律进行。此时, 我们可以采用称为 Dulong-Petit 冷却定律的幂函数形式^[12]

$$dQ/dt = \alpha(T_a - T)^n \quad (1)$$

来描述工质与热源间包括热传导-热对流和热辐射在内的综合传热。其中 dQ/dt 是工质与热源间的热交换率, T_a 和 T 分别表示热源和工质的温度, α 为热传递系数。当指数 $n=1$ 时, 就是最常见的牛顿线性传热律。一般情况下, 指数 n 的取值可在 1.1~1.6 之间^[12], 传热律是非线性的。

在实际热机中, 除了热阻外, 还存在有其它不可逆性, 如摩擦、工质的内不可逆性及热漏等。由于摩擦和工质的内不可逆性只改变热机功率 P 和效率 Z 的大小而不改变 $P-Z$ 的定性关系^[13], 因此本文将导出工质与热源间的热交换遵从式 (1) 和存在热漏时的不可逆卡诺热机的基本优化关系-最佳效率与功率间的关系, 并讨论它的优化性能。

1 热机模型

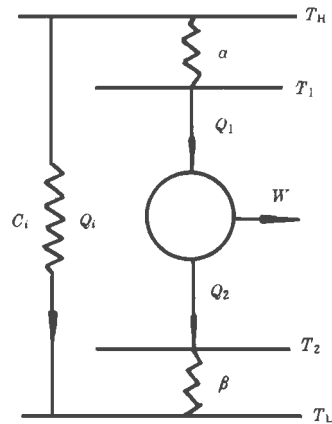


图 1

考虑一卡诺热机工作在温度分别为 T_H 和 T_L 的高、低温热源之间 (如图 1 所示), 工质本身进行的是由温度分别为 T_1 和 T_2 的两个等温过程和两个绝热过程组成的内可逆卡诺循环。并有 $T_H > T_1 > T_2 > T_L$, 再将高、低温热源之间的直接热漏 Q 表示成

$$Q_l = C_l (T_H^m - T_L^m) f = qf \quad (2)$$

其中, C_l 为热漏系数, τ 为循环周期。当两热源温度差较小时, 可将热漏视为牛顿线性传热律, 取 $m=1$; 当两热源温度差较大时, 取 $m=4$, 即将热漏视为辐

收稿日期 1996-03-20 收修改稿 1996-06-13

本文联系人 路莹 女 40岁 副教授 471022 洛阳市 洛阳师专物理系

射热漏,而 $q = Q/f$ 可称为热漏率

按照 Dulong-Petit 传热律的式 (1), 考虑热漏后, 每循环高温热源的实际供热量 Q_H 为

$$Q_H = Q_1 + Q = a(T_H - T_1)^n t_1 + qf \quad (3)$$

每循环实际放入低温热源的热量 Q_L 为

$$Q_L = Q_2 + Q_1 = U(T_2 - T_L)^n t_2 + qf \quad (3)$$

其中, T 和 U 分别为工质与高、低温热源间的热传递系数, t_1 和 t_2 分别为循环中两个等温过程进行的时间, 且有

$$V = f/(t_1 + t_2) \quad (5)$$

应用式 (3)~ (5) 和热力学第一定律, 我们可以得到热机输出功率和效率的表示式分别为

$$P = \frac{Q_H - Q_L}{f} = \frac{Q_1 - Q_2}{f}$$

$$= \frac{a(1 - Q_2/Q_1)}{V \left[\frac{1}{(T_H - T_1)^n} + \frac{a}{U} \frac{Q_2}{Q_1} \frac{1}{(T_2 - T_L)^n} \right]} \quad (6)$$

$$Z = \frac{Q_H - Q_L}{f} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1 + qf}$$

$$= \frac{1 - Q_2/Q_1}{1 + \frac{Vq}{a} \left[\frac{1}{(T_H - T_1)^n} + \frac{a}{U} \frac{Q_2}{Q_1} \frac{1}{(T_2 - T_L)^n} \right]} \quad (7)$$

再根据热力学第二定律, 应用内可逆条件^[1,12]

$$Q_1/T_1 = Q_2/T_2 \quad (8)$$

并令 $W = aU, x = T_2/T_1$, 可将式 (6) 和 (7) 进一步写成

$$P = \frac{a(1-x)}{V \left[\frac{1}{(T_H - T_1)^n} + \frac{Wx}{(xT_1 - T_L)^n} \right]} \quad (9)$$

$$Z = \frac{1-x}{1 + \frac{Vq}{a} \left[\frac{1}{(T_H - T_1)^n} + \frac{Wx}{(xT_1 - T_L)^n} \right]} \quad (10)$$

2 基本优化关系

要求出热机的基本优化关系 - 最佳效率与输出功率间的关系, 可利用式 (9) 和极值条件

$$\partial P / \partial T_1 = 0 \quad (11)$$

得到

$$T_1 = [(Wx)^{\frac{2}{n-1}} T_H + T_L] / [x + (Wx)^{\frac{2}{n-1}}] \quad (12)$$

将式 (12) 分别代入式 (9) 和 (10), 有

$$P = \frac{a(1-x)(xT_H - T_L)^n}{Vx^n (1 + \frac{Wx^2}{x^{\frac{1-n}{n-1}}})^{n-1}} \quad (13)$$

$$Z = \frac{1-x}{1 + \frac{Vq}{a} \frac{x^n (1 + \frac{Wx^2}{x^{\frac{1-n}{n-1}}})^{n-1}}{(xT_H - T_L)^n}} \quad (14)$$

从式 (13) 和 (14) 中消去 x , 便可得到具有 Dulong-Petit 传热律且存在热漏时卡诺热机的基本优化关系为

$$P = \frac{aZ[T_H - \frac{T_L(p-qZ)}{p(1-Z)-qZ}]}{V \left\{ 1 + \frac{Wx^2}{x^{\frac{1-n}{n-1}}} \left[\frac{p(1-Z)-qZ}{p-qZ} \right]^{\frac{1-n}{n-1}} \right\}^{n-1}} + qZ \quad (15)$$

进一步利用式 (13) 和极值条件

$$\partial P / \partial x = 0 \quad (16)$$

还可求出热机在最大输出功率 P_{max} 时 x_m 所满足的方程为

$$nT_L(1+x_m) - x_m(x_m T_H - T_L) + \{x_m [n(1-x_m) - 1] T_H + T_L\} Wx_m^{\frac{1-n}{n-1}} = 0 \quad (17)$$

3 讨论

3.1 当 $q = 0, n = 1$ 时, 最佳效率与输出功率间的关系式 (15) 成为文献 [4] 的结果。此时热机只有最大功率点。由式 (17) 可解得热机在最大输出功率 P_{max} 时

$$x_m = \frac{T_L}{T_H} \quad (18)$$

代入式 (14) 便可求出与 P_{max} 相应的效率, 即 $C - A$ 效率

$$Z_{CA} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (19)$$

这表明, 在不考虑热漏且传热遵从牛顿线性律的情况下, 与 P_{max} 相应的 $x_m (= T_2/T_1)$ 和效率均与热传递系数无关。

3.2 当 $q = 0, n > 1$ 时, 由式 (17) 可知, 与 P_{max} 相应的 x_m 不仅与热源温度和指数 n 的值有关, 而且与热传递系数也有关。但若注意到 $q = 0$ 时, 仍有 $Z = 1 - x$, 则由式 (17) 可得与 P_{max} 相应的效率 Z_m 所应满足的方程为

$$nZ_m T_L (1 - Z_m) [(1 - Z_m) T_H - T_L] + [(1 - Z_m)(nZ_m - 1) T_H + T_L] Wx_m^{\frac{1-n}{n-1}} \times (1 - Z_m)^{\frac{1-n}{n-1}} = 0 \quad (20)$$

按照文献 [12] 的分析, 我们在式 (20) 中也取 $n = 5/4, W = 1$ (即 $a = U$), 用上式对 F. Angulo-Brown 和 R. Paez-Hernandez 在文献 [12] 中用数值计算法给出

的 8 个实际动力装置的 Dulong-Petit 效率 Z_{DP} 进行验算, 结果完全一致。这表明, 在传热遵从 Dulong-Petit 定律且不考虑热漏的情况下, 式 (20) 是确定热机在最大输出功率时的效率的一个重要公式。

3.3 当考虑热漏时, 由式 (13) 可知, 输出功率 P 可不受热漏影响。 $n=1$ 时, 最佳效率与输出功率间的关系式 (15) 成为文献 [14] 的结果。 这时热机既存在最大功率点, 又存在最大效率点, 能较好地反映出实际热机的观测性能^[15,16]。 其最大输出功率 P_{max} 及其相应的效率 Z_{in} 和最大效率 Z_{max} 及其相应的功率 P_m 均由文献 [14] 给出。 对于一般的 $n>1$, 热机同样存在最大功率点和最大效率点。 这表明了热漏对热机性能的重要影响。

由于输出功率可不受热漏影响, 因此与 P_{max} 相应的 x_m 所满足的方程 (17) 仍然成立, 但由于此时 $\eta \neq 1-x$, 所以式 (20) 不再成立。 与 P_{max} 相应的 Z_{in} 可由式 (17) 求出 x_m 后再代入式 (14) 求得。 显然, 存在热漏时的 η_m 比无热漏时的效率要小。 在文献 [12] 的 8 个例子中, 有 4 个实际动力装置的观测效率就比它的 η_{DP} 小。 根据本文的讨论, 若进一步考虑热漏的影响后, 理论结果将会与实际结果吻合得更好。 至于最大效率 Z_{max} 及其相应的功率 P_m , 同样可由式 (14) 和极值条件 $\partial \eta / \partial x = 0$ 利用数值求解。

4 结语

本文利用含有 Dulong-Petit 非线性传热律和热漏的不可逆卡诺热机模型所导得的最佳效率与输出功率间的关系式 (15), 是讨论这类热机优化性能的一个重要关系式。 由于 Dulong-Petit 传热律包含了工质与热源间传导、 对流和辐射的综合传热, 因此本文所得的有关结果可为实际热机的工况选择提供一些新的理论依据和参考。 同时笔者还希望有限时间热力学在继续开展理论研究的同时, 能有越来越多的工程专家和技术人员提供更多的实例和观测数据, 促进理论与实际更紧密地结合, 以推动有限时间热力学的稳步发展。

参 考 文 献

1 Curzon F L and Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine

- at maximum output. Am. J. Phys., 1975, 43(1): 22-24
- 2 Rubin M H. Optimal configuration of a class of irreversible heat engines. Phys. Rev. A 1979, 19(3): 1272-1276
- 3 Salamon P and Nitzn A. Finite-time optimizations of a Newton's law Carnot cycle. J. Chem. Phys., 1981, 74(6): 3546-3560
- 4 严子浚. 卡诺热机的最佳效率与功率间的关系. 工程热物理学报, 1985, 6(1): 1-6
- 5 严子浚. 卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率间的关系. 物理, 1984, 13(12): 768-770
- 6 F. Angulo-Brown. An ecological optimization for finite-time heat engines. J. Appl. Phys., 1991, 69(11): 7465-7469
- 7 A. De Vos. Efficiency of some heat engines at maximum-power conditions. Am. J. Phys., 1985, 53(6): 570-573
- 8 Chen Lixuan and Yan Zijun. The effect of heat-transfer law on performance of a two-heat-source endoreversible cycle. J. Chem. Phys., 1989, 90(7): 3740-3743
- 9 Yan Zijun and Chen Jincan. A class of irreversible Carnot refrigeration cycle with a general heat transfer law. J. Phys. D Appl. Phys., 1990, 23(2): 136-141
- 10 严子浚, 陈丽璇. 导热规律为 $q \propto \Delta \frac{1}{T}$ 时的 η_m . 科学通报, 1988, 33(2): 1543-1545
- 11 田鑫泉, 严子浚. 另一类线性导热律下制冷机的生态学准则. 厦门大学学报(自然科学版), 1994, 33(4): 459-462
- 12 F. Angulo-Brown and Eze-Herrández. Endoreversible thermal cycle with a nonlinear heat transfer law. J. Appl. Phys., 1993, 74(4): 2216-2219
- 13 Gordon J M and Huleihil M. On optimizing maximum-power heat engine. J. Appl. Phys., 1991, 69(1): 1-7
- 14 田鑫泉, 严子浚. 热漏对内可逆卡诺循环性能的影响. 大学物理, 1995, 14(5): 11-14
- 15 Gordon J M. Generalized power versus efficiency characteristics of heat engine. Am. J. Phys., 1991, 59(6): 551-555
- 16 Gordon J M and Huleihil M. General performance characteristics of real heat engine. J. Appl. Phys., 1992, 72(3): 829-837

(显辉 编)

chanical Industry. **Key words** surge, anti-surge control system

太阳能吸附式空气取水器和太阳能制冷结露法空气取水器的热性能分析比较 = **An Analytical Comparison of Thermodynamic Performance of Solar-energy Adsorption-based Water Collector from Air and Solar Energy Refrigeration Dewfall-based Water collector from Air** [刊, 中] / Chou Qiaoli, Liu Zongyan, et al. (China National University of Science & Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(4). - 253- 256

A thermodynamic performance is conducted of an adsorption type water collector from air and a refrigeration dewfall based water collector from air with a water collection expression being given. On the basis of the said expression a comparison has been made of the water collection rate of the above-cited two methods. **Key words** water collector from air, adsorption refrigeration, refrigeration dewfall method, water collection rate

泥炭燃烧的研究 = **A Study on Peat Combustion** [刊, 中] / Zhang Jingbo, Li Xueheng et al (Northeast Electrical Engineering Institute) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(4). - 257- 260

On the basis of peat basic combustion tests and the development and operation practice of a 1 t/h peat-fired fluidized boiler this paper proposes a method of firing peat by utilizing fluidized bed combustion technology. A detailed description is given of the peat combustion characteristics with some key issues in the design of such boilers being pinpointed. **Key words** boiler, fluidized bed, peat, combustion

煤粉粒子的发射率 = **The Emissivity of Pulverized-Coal Particles** [刊, 中] / Liu Linhua, Yu Qizheng, Tan Heping (Harbin Institute of Technology), Xu Wanli (Harbin University of Science & Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(4). - 261- 266

On the basis of the classical Lorentz-Mie electromagnetic theory for isotropic and homogeneous spherical particles and by utilizing the experimentally measured complex refractive indices of pulverized-coal particles determined are the emissivity of pulverized-coal particles of twenty kinds of Chinese coals for power generation. The results of calculation show that the full wave-length emissivity of pulverized-coal particles is dependent on particle diameter, particle temperature and coal type and within a wide range of particle diameters radically deviates from the assumed value of 0.8 often given in technical literature. It has also been found that within a particle diameter range of 1- 20 μ m the emissivity of the pulverized-coal particles is often greater than 1.0. The reason why some pulverized-coal particles have an emissivity greater than 1.0 is given with an explanation of its physical meaning. For engineering calculation purposes the curves showing the variation of emissivity with particle diameter and temperature are given for twenty kinds of typical Chinese coals. **Key words** emissivity, particles, coal, electromagnetic theory

一类不可逆卡诺热机最佳效率和功率间的关系 = **Relationship between the Optimum Efficiency and Output Power of a Kind of Irreversible Carnot Heat Engine** [刊, 中] / Lu Ying, Tian Xinquan (Luoyang Teachers College) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(4). - 267- 269

Through the use of an irreversible Carnot heat engine model of Dulong-Petit nonlinear heat transfer rate and heat leakage derived is its basic optimization relation with the issue of the heat engine efficiency during its maximum output power being also discussed. **Key words** finite-time thermodynamics, Carnot engine, thermal resistance, heat leakage, basis optimization relation, optimum efficiency

斜齿圆柱齿轮瞬时啮合刚度及齿廓修形的研究 = **A Study on the Momentary Meshing Rigidity and Tooth Profile Modification of Helical Cylindrical Gears** [刊, 中] / Chand Shan, Xu Zhenzhong, Huo Zhaobo (Harbin No. 703 Research Institute) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(4). - 270- 274

The paper presents a high-efficiency gear calculation model with gear basic effects being taken into ac-