

汽泡生长诱导的速度场*

顾平道 陆昌根
(江苏石油化工学院)

〔摘要〕 通过使用 Apollonius保角变换和 Fourier级数方法,获得了静止流场中汽泡生长过程中的诱导速度场。

关键词 汽泡膨胀 诱导速度场 保角变换 膨胀圆

分类号 O174 TK124

0 引言

在热能行业经常会遇到液体蒸发为汽泡的相变换热现象,汽泡由小变大的膨胀过程将对原流场产生扰动。本文研究了两汽泡生长膨胀时对静止流场的影响,在二维平面上,两汽泡简化为双圆,通过使用 Apollonius保角变换,首先将双圆的外部区域变换为圆环内部区域,然后用 Fourier级数方法求解其变换平面中 Laplace方程的边值,从而得到了在静止流场中两圆膨胀时所诱导的速度场。

1 数学模型的建立

考虑静止流体中两圆变形诱导的流动。设两圆半径分别为 a 、 b ,各沿其径向以 $W_1(t)$ 、 $W_2(t)$ 速度膨胀,两圆心间距为 d 。在如图 1所示的坐标系 XOY 中, X 轴垂直于两圆的连心线, Y 轴经过两圆的圆心,坐标原点到两圆的切线长相等。假定由此诱导的流动为不可压缩势流,则速度势 $h(x, y, t)$ 在流场 K (t)中应满足 Laplace方程,圆表面处并满足不可渗

透条件,即

$$h_x + h_y = 0 \quad (1)$$

$$h|_{K_1} = W_1, h|_{K_2} = W_2 \quad (2)$$

此外,由质量守恒定律可给出无穷远处的渐近特性:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (2crh) = q_1 + q_2 \quad (3)$$

其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $q_1 = 2c_a W_1$ 和 $q_2 = 2c_b W_2$ 分别为两圆在单位时间内排开的流体体积。

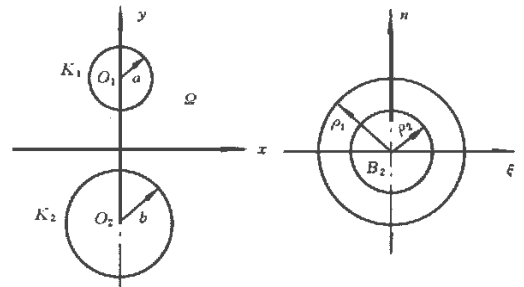


图 1 双圆外部至环内部的保角变换

收稿日期: 1997-06-03

* 本研究得到中国石化总公司基金资助

2 求解过程

为求解上述定解问题,使用 Apollonius 保角变换将双圆的外部区域 $K(t)$ 转换为圆环内部区域,记物理平面 $Z = x + iy$, 变换平面 $W = Y + iZ$, 则变换形式为:

$$W = c \frac{z+i}{z-ic} \quad \text{或} \quad Z = ic \frac{W+c}{W-c} \quad (4)$$

该变换将 Z 平面中的两圆 $K_1: Z = ic \operatorname{cth} U_+ ae^{\beta_1}$, $K_2: Z = -ic \operatorname{cth} U_+ be^{\beta_2}$ 变为 W 平面中的两同心圆 $B_1: |W| = ce^T, B_2: |W| = ce^{-U}$, 如图所示。常数 c, T 和 U 由已知圆半径 a, b 和圆心间距离 d 确定:

$$c = \frac{(a^2 + b^2 - d^2)^2 - 4a^2b^2}{4d^2}, T = \operatorname{arcsch}(a/c),$$

$$U = \operatorname{arsch}(b/c) \quad (5)$$

变换的雅可比值为:

$$\left| \frac{dZ}{dW} \right| = \frac{2c^2}{|W-c|^2} = \frac{2c^2}{d^2 - 2cd \cos \theta + c^2} \quad (6)$$

其中 d, θ 为变换平面内矢量的模和幅角

$$d = |W| = c \sqrt{\frac{x^2 + (y+c)^2}{x^2 + (y-c)^2}}$$

$$\theta = \arg W = \operatorname{arctg} \left(\frac{2cx}{x^2 + (y^2 - c^2)} \right) \quad (7)$$

通过保角变换式 (4), W 平面中 $W = c$ 对应 Z 平面的无穷远点, 为源 (或汇) 点。方程 (1) 变换为:

$$h_{W+} - h_{W-} = -(q_1 + q_2) W (Y - c) W (Z) \quad (8)$$

由保角变换的基本性质:

$$h_p|_{p=ce^T} = -W_1 \left| \frac{dZ}{dW} \right|_{p=ce^T}$$

因此有:

$$h_p|_{p=ce^T} = \frac{-2W_1}{e^{2T} - 2e^T \cos \theta + 1} \quad (9)$$

同理:

$$h_p|_{p=ce^{-U}} = \frac{2W_2}{e^{2U} - 2e^U \cos \theta + 1} \quad (10)$$

为求解方便, 对速度势 h 作变换:

$$h = \frac{1}{2c} [q_2 \ln d - (q_1 - q_2) \ln |W - c|] + H \quad (11)$$

对定解问题 (8)~(10), 得 h 的边值问题为:

$$H_{W+} - H_{W-} = 0 \quad (12)$$

$$H|_{p=ce^T} = \frac{q_1 - q_2}{4c} \left[\frac{e^{2T} - 1}{e^{2T} - 2e^T \cos \theta + 1} - 1 \right] \quad (13)$$

$$H|_{p=ce^{-U}} = \frac{q_1 - q_2}{4c} e^U \left[\frac{e^{2U} - 1}{e^{2U} - 2e^U \cos \theta + 1} - 1 \right] \quad (14)$$

利用定积分公式:

$$a_n = \frac{2}{c} \int_0^c \frac{\cos(n\theta)}{h^2 - 2h \cos \theta + 1} d\theta = \frac{2}{(h^2 - 1)h^n},$$

$$(|h| > 1) \quad (15)$$

将式 (13)、(14) 的右端作 Fourier 展开, 得到:

$$H|_{p=ce^T} = \frac{q_1 - q_2}{2c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\theta)}{e^{nT}},$$

$$H|_{p=ce^{-U}} = \frac{q_1 - q_2}{2c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\theta)}{e^{nU}} \quad (16)$$

再令 $H = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n d^n + B_n / d^n) \cos(n\theta)$, 用上式确定 A_n, B_n , 给出 h 解。将 h 代入式 (11), 即得到双圆变形所诱导的速度势解。

3 结果

双圆变形所诱导的速度势为:

$$h = \frac{q_1 + q_2}{4c} \ln \left[\frac{d}{d^2 - 2cd \cos \theta + c^2} \right] + \frac{q_1 - q_2}{2c}$$

$$\times \left\{ \frac{1}{2} \ln d \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\theta)}{n(1 - e^{-2n(\frac{T}{c} + \frac{U}{c})})} \right.$$

$$\times \left[e^{-nT} (1 - e^{-2nU}) \left(\frac{d}{d_1} \right)^n \right.$$

$$\left. \left. - e^{-nU} (1 - e^{-2nT}) \left(\frac{d_2}{d} \right)^n \right] \right\} \quad (17)$$

其中 $d_1 = ce^T, d_2 = ce^{-U}$, 那么速度场为:

$$V_d = \frac{q_1 + q_2}{4c} \frac{d^2}{d^2 - 2cd \cos \theta + c^2}$$

$$+ \frac{q_1 - q_2}{2c} \left\{ \frac{1}{2d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\theta)}{d(1 - e^{-2n(\frac{T}{c} + \frac{U}{c})})} \times \left[e^{-nT} \right. \right.$$

$$\left. \left. (1 - e^{-2nU}) \left(\frac{d}{d_1} \right)^n + e^{-nU} (1 - e^{-2nT}) \left(\frac{d_2}{d} \right)^n \right] \right\} \quad (18)$$

$$V_\theta = \frac{q_1 + q_2}{4c} \frac{2c \sin(\theta)}{d^2 - 2cd \cos \theta + c^2}$$

$$- \frac{q_1 - q_2}{2cd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\theta)}{(1 - e^{-2n(\frac{T}{c} + \frac{U}{c})})}$$

$$\times \left[e^{-nT} (1 - e^{-2nU}) \left(\frac{d}{d_1} \right)^n \right.$$

$$\left. - e^{-nU} (1 - e^{-2nT}) \left(\frac{d_2}{d} \right)^n \right] \quad (19)$$

参 考 文 献

- 1 Lagally M. Die reibungslase stromung im ausseng ebiete zweiter kreise. Zeitschrift fur Angewandte Math. u. Mech., Vol. 9, No. 4 299-305

2 汪前喜.运动物体极端曲线地面效应的非线性理论.中国科学技术大学博士论文,1990

3 王竹溪等.特殊函数概论.科学出版社,1979

作者简介 顾平道,男,1965年生,博士,江苏石油化工学院能源工程系主任。主要从事强化传热理论与技术,吸收式液化锂制冷机的优化设计等工作。(通讯处 213016 常州市机场路江苏石油化工学院)。

(上接 350页)

为设计是安全的。

隔板作陡降布置不仅改善了内流谷的流动状况,同时由于它邻近圆锥壁面坡度偏大的区域,对改善该区域的流动也很有益处。它一方面以平面上湍急的物流带动该区域物料运动;另一方面以与对面圆锥壁面不同的几何形体造成通路上的另一不对称,它将不利于物料在该区域形成料拱之类的流动阻碍。因此,可认为在斗仓的该区域产生滞料死区的可能性不大。

经简化处理,综合分析之后,我们将斗仓各参数确定如图 2所示。

为了对设计进行验证,我们做了试验。

2 模型试验

2.1 二维平面流型试验

试验采用将原形十分之一大小的模拟料仓沿 BAD 轴线(见图 2)垂直对称剖开的方法来观察料仓中心剖面上各料层的运动轨迹,借以判断料仓内物料的流动类型。

试验的物料最大粒径不超过 2mm ,其中细粉占 10% 左右,物料含水量是 4% 。

试验中料仓内各料层水平地向下运动,轨迹连续流畅,流动均匀稳定,说明仓内物流属整体流动类型。图 5是试验中拍摄的流形图。

2.2 三维整体流动试验

试验在原形仓四分之一大小的一个完整料仓进行,以生产时用煤为物料,水份为 4.45% 。

流动试验是成功的,物料在斗仓里呈现整体流动形式。同时还进行了时效和冲击加料试验,料仓均呈现出良好的流动性能。值得一提的是时效试验,当时我们把物料放入斗仓内密封存放了 15天时间。料仓启封时,物料顶面下沉了 $5-8\text{mm}$,分析当时的物料水份仍有 4.14% 。打开斗仓下料口的闸板阀之后,仓内的物料随即启动流出,没有发生任何结堵现象,也无须外力帮助启动,并且一泄而尽。由此可见该斗仓对长时间压实后的物料仍能依靠重力自由排放。

综合几次试验结果来看,该斗仓的设计是成功的,达到了整体流动料仓的要求。

3 结束语

异形斗仓的设计由于数学分析困难很大,往往已和实际效益不成比例。而借鉴詹尼克设计理论,将实际斗仓酌情简化处理,综合考虑设计参数的取值方法仍不失为一条可行的技术途径。

参 考 文 献

1 瑞斯涅尔 W,艾森哈特 W V,罗齐著.料仓.中国建筑工业出版社,1978

2 [美] Andrew w. Jenike 著.散状固体的储放和流动,狄他州立大学报告,南京玻纤院译,1990.8

作者简介:杨亚平 男 1952年生 副研究员,主要从事电厂热能动力装置领域的研究(通讯处 210018 南京东南大学热能所)。

scheme some meaningful conclusions were obtained, which can serve as a solid basis for parameter optimization and selection in future design work. **Key words** gas turbine, simulation technology, mathematical model

太阳能集热器系统的四维热网络动态仿真模型 = Dynamic Simulation Model of a Four-dimensional Heat Network for a Solar Energy Collector System [刊, 中] Chou Qiaoli, Ye Hong, et al (China National University of Science & Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(5). - 388~ 392
The authors have for the first time come up with the conception of a unit(differential) section separate node point heat resistance and heat capacity four-dimensional heat network for a solar energy collector system and on this basis set up a heat collection process dynamic emulation model for the solar energy collector system with a cavity absorber-trough paraboloidal mirror. Under the conditions of a variation of all outside driving forces this model can be used not only to determine the variation of temperature distribution with time of any section of a component but also obtain the spatial distribution of the temperature of each component at any time along the collector system, thereby realizing for the first time the four-dimensional dynamic emulation of the operating conditions of a large-sized solar energy collector. **Key words** cavity absorber, solar energy collector, Four-dimensional heat network dynamic emulation

机组旁路系统减温减压装置热力特性的计算机分析 = Computer Aided Analysis of the Thermodynamic Properties of a Pressure and Temperature Reduction Device for a Steam Turbine Bypass System [刊, 中] Zhang Qi, Wang Shizhong, Wang Huaibin (Harbin Institute of Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(5). - 369~ 373

On the basis of an IFC formula and one-dimensional search method realized are a computer-aided calculation of steam thermodynamic properties and a computer-aided search of steam enthalpy-entropy diagram. Through the use of two-phase flow theory and compressible fluid thermodynamic principles the problem of steam and cooling water mixed flow multi-stage multi-orifice throttling can be transformed into a problem of iterative root extraction of a nonlinear equation. The above makes it possible to perform a computer-aided analysis of the thermodynamic properties of a pressure and temperature reduction device for a steam turbine bypass system. **Key words** steam turbine, bypass system, pressure and temperature reduction device, thermodynamic properties, computer-aided analysis

汽泡生长诱导的速度场 = An Induced Velocity Field of Steam Bubble Growth [刊, 中] Gu Pingdao, Lu Changgen (Jiangsu Petrochemical Institute) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(5). - 374~ 376

With the help of Apollonius conformal transformation and Fourier series method obtained is an induced velocity field of steam bubble growth process in a stationary flow field. **Key words** steam bubble expansion, induced velocity field, conformal transformation, expansion circle

含不凝气体的蒸汽冷凝换热系数的关联式 = A Correlation of Condensation Heat Exchange Factor of Steam Containing Non-condensable Gases [刊, 中] Xiong Mengquing, Lin Zonghu (Xi'an Jiaotong University), Liu Shengding (Xi'an Architectural University of Science & Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. - 1997, 12(5). - 377~ 380

The authors have established a heat exchange model for condensation heat exchange of steam-containing non-condensable gases. By using the said model and numerous heat exchange data a correlation for factor of condensation heat exchange between air-containing steam and the outer surface of a horizontal smooth round tube is obtained, which has practical engineering applications and is easy to use. **Key words** mixed gases, conden-