

# 二维真空系中壁面辐射热负荷反问题

(哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150001) 范宏武 李炳熙 杨励丹  
(日本北海道大学大学院) 工藤一彦

**摘要:** 在 Monte Carlo 法的基础上用特异值分解法(SVD)与共轭梯度法(CGM)分别求解了壁面辐射热负荷反问题。计算结果表明, 考虑测量值误差时, 用共轭梯度法计算得到的解的稳定性及精度均远高于特异值分解法。

**关键词:** 辐射反问题; 数值分析; Monte Carlo 法; 特异值分解法; 共轭梯度法

中图分类号: TK16+06432<sup>+1</sup> 文献标识码: A

## 1 引言

在高温燃烧或加热设备中, 辐射换热是最主要的

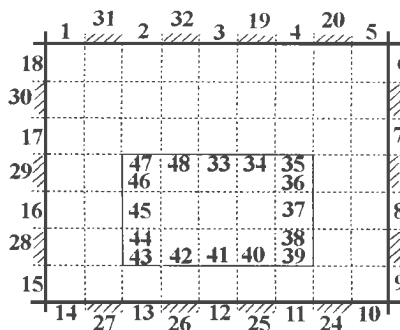


图1 分析系统

的换热方式之一。因此, 准确地计算辐射换热有着重要的学术价值和现实意义。辐射正问题是指在系统内介质的发热量分布及其

辐射热物性分布已知的条件下, 确定介质的温度分布与受热表面的热流量分布。但实际设计中, 为了得到一定的介质温度分布与受热表面的热流量分布, 需要确定介质的发热量分布、辐射热物性分布或系统的边界条件等, 也就需要求解辐射反问题。目前, 针对辐射反问题已经有不少的研究报道。如最近的有 Li H. Y.<sup>[1]</sup> 和谈和平<sup>[2]</sup> 求解了介质温度场分布反问题、Ruperti N J, Raynaud Jr M 等人<sup>[3]</sup> 研究了导热—辐射反问题、Li H Y<sup>[4]</sup> 和 Liu L H 等<sup>[5]</sup> 求解了未知源项反问题、Cheng H H 和 Chin C T<sup>[6]</sup> 研究了几何反问题等等。但这些研究还处于理论分析阶段, 其研究对象主要是一维平行平板之间的辐射问题。

本文提出在 Monte Carlo 法的基础上, 用特异值

分解法(SVD)和共轭梯度法(CGM)进行了辐射热负荷反问题计算。为便于研究, 选一二维的真空热处理炉作为研究对象(如图1所示), 用辐射正问题的计算结果模拟辐射测量数据。

## 2 辐射正问题

文中的辐射正问题是指已知加热表面的热流量分布、灰体壁面的温度分布与受热表面的温度分布, 确定加热表面的温度分布、受热表面的热流量分布及灰体壁面的热流量分布。研究对象如图1所示, 求解方法为 Monte Carlo 法。其中, 加热表面的辐射热流量为  $1.0 \times 10^4 \text{ W/m}^2$ , 表面发射率为 0.72, 单元符号为 19~32, 灰体壁面的温度为 300 K, 表面发射率为 0.6, 单元符号为 1~18, 被加热表面的温度为 500 K, 表面发射率为 0.75, 单元符号为 33~48。

根据能量守恒原理, 各单元的能量方程式可表示为:

$$\epsilon_i \sigma T_i^4 \Delta S_i = \sum_{j=1}^{48} R_d(j \rightarrow i) \epsilon_j \sigma T_j^4 \Delta S_j + Q_i \Delta S_i \quad (i = 1, \dots, 48) \quad (1)$$

式(1)左边表示单元  $i$  发射的能量, 右边第一项表示单元  $i$  吸收的从单元  $j$  发射的能量,  $R_d$  为辐射热交换系数, 第二项为壁面的换热量。

将上式写成矩阵的形式, 为

$$\begin{bmatrix} A_a & B_a & C_a \\ A_b & B_b & C_b \\ A_c & B_c & C_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_a \\ T_b \\ T_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ Q_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

矩阵中各元素的具体表达式可参考文献[7, 8]。

针对上述方程, 只要计算出有关的  $R_d$  值, 式(2)中的系数矩阵就可以确定。而式(2)中的系数矩阵一旦确定, 结合已知的  $T_a, Q_b$  与  $T_c$ , 先确定加热表面的温度分布  $T_b$ , 再求解灰体壁面的热流量分布与受热表面的热流量分布。图2为在上述已知的条件下得到的受热表面热流量分布曲线。

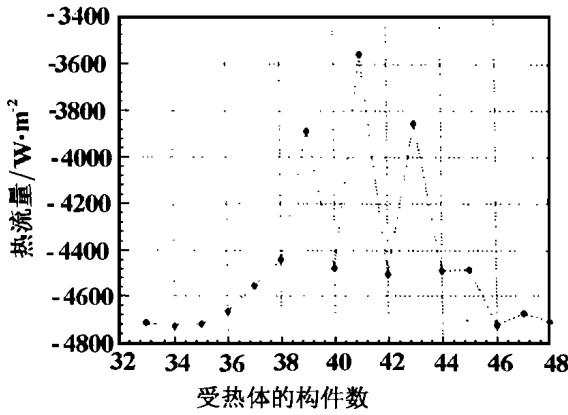


图 2 加热表面的热流量分布

### 3 辐射反问题

针对上述正问题, 如果受热表面的温度与热流量及灰体壁面的温度为已知条件, 要确定加热表面的温度与热流量分布, 就是本文要解决的辐射热负荷反问题。在此仍以图 1 所示的二维真空辐射传热系统作为研究对象, 用辐射正问题计算得到的受热表面的热流量分布(如图 2)与受热表面的温度 500 K 及灰体壁面的温度 300 K 作为计算反问题的输入条件。

在求解过程中, 由于描述反问题的方程是病态的, 求解过程存在解的适定性问题, 因此求解时必须选择合适的方法, 才有可能得到比较精确的结果。就目前而言, 求解反问题的方法主要分为两大类: 非迭代方法和迭代方法。非迭代方法是以奇异值分解法<sup>[7, 8, 9]</sup>为主要研究方法, 而迭代方法则以共轭梯度法<sup>[1, 4, 5, 6]</sup>为代表。

#### 3.1 奇异值分解法

奇异值分解法的主要思路是通过零化非常小的奇异值的方法得到问题的稳定解。

根据式(2), 受热表面的能量方程可写成

$$B_c T_b = (Q_c - A_c T_a - C_c T_c) \quad (3)$$

从上式可知, 只要求出矩阵  $B_c$  的逆矩阵, 就可以得到加热表面的温度分布。但由于矩阵  $B_c$  并不一定是方阵, 如果矩阵不是方阵时, 就不能用一般的求逆方法计算矩阵的逆, 这里采用奇异值分解法进行计算。即将矩阵分解成如下形式

$$B_c = U W V^T \quad (4)$$

其中  $U$ 、 $V$  为正交矩阵,  $W$  为矩阵  $B_c$  的奇异值组成的对角矩阵。

依据正交矩阵的性质, 矩阵  $B_c$  的逆就可表示为

$$B_c^{-1} = V(1/W)U^T \quad (5)$$

这时, 只要将式(5)代入式(3), 就可得到加热表面的温度分布。

由于反问题是将有关辐射的测量结果作为输入数据, 而测量结果必然含有测量误差, 因此为了得到稳定解, 计算中必须对误差的扩散加以控制。对于矩阵方程(3), 由于只有  $Q_c$  可能含有误差, 因此其计算结果的相对误差表示为<sup>[10]</sup>:

$$\frac{\|\Delta T\|}{\|T\|} \leq \|B_c^{-1}\| \cdot \|B_c\| \cdot \frac{\|\Delta Q_c\|}{\|Q_c - A_c T_a - C_c T_c\|} \quad (6)$$

其中:  $\|B_c^{-1}\| \cdot \|B_c\|$  称之为矩阵  $B_c$  的条件数, 用  $K(B_c)$  表示。

根据式(6), 计算结果的准确程度取决于矩阵  $B_c$  的条件数  $K(B_c)$  和测量误差  $\Delta Q_c$ 。但由于  $\Delta Q_c$  是测量误差, 不能人为地加以改变。因此, 计算结果的精确与否就由矩阵  $B_c$  的条件数  $K(B_c)$  决定。 $K(B_c)$  越大, 测量误差对解的影响就越大。

在特异值分解法中, 矩阵的条件数用下式定义:

$$K(B_c) = \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} \quad (7)$$

根据定义, 当矩阵  $B_c$  的特异值  $\omega$  非常小时, 其条件数将会非常大, 计算结果也就会产生振荡。因此在计算过程中需要人为地将一些非常小的特异值零化来控制解的振荡, 即需要进行降阶处理。降阶的程度可用 L 曲线法控制<sup>[7, 8]</sup>。

#### 3.2 共轭梯度法

共轭梯度法是通过使有关辐射的测量值  $Q_i^*$  与计算所得到的值  $Q_i$  构成的目标函数

$$J(T) = \sum_{i=33}^{48} (Q_i^* - Q_i)^2 \quad (8)$$

最小化来保证计算结果的准确性。具体计算公式如下<sup>[1, 3, 4]</sup>:

$$T^{k+1} = T^k - \beta^k d^k \quad (9)$$

$$d^k = -\nabla J^T(T^k) + \gamma^k d^{k-1} \quad (10)$$

$$\gamma^k = \frac{\nabla J(T^k) \cdot \nabla J^T(T^k)}{\nabla J(T^{k-1}) \cdot \nabla J^T(T^{k-1})} \quad \gamma^0 = 0 \quad (11)$$

在本文中, 上述方程中有关参数按下式计算:

$$\beta^k = \frac{\sum_{i=33}^{48} \{(Q_i^* - Q_i) \nabla Q_i d^k\}}{\sum_{i=33}^{48} (\nabla Q_i d^k)^2} \quad (12)$$

$$\nabla J = \left[ \frac{\partial J}{\partial T_{19}}, \frac{\partial J}{\partial T_{20}}, \dots, \frac{\partial J}{\partial T_{32}} \right] \quad (13)$$

$$\nabla Q_i = \left[ \frac{\partial Q_i^*}{\partial T_{19}}, \frac{\partial Q_i^*}{\partial T_{20}}, \dots, \frac{\partial Q_i^*}{\partial T_{32}} \right] \quad (i = 33, \dots, 48) \quad (14)$$

这里,  $\nabla Q_i$  为灵敏性系数, 用有限差分法计算。

$\nabla J$  为目标函数的梯度, 用下式计算

$$\frac{\partial J}{\partial T_j} = \sum_{i=33}^{48} \left\{ 2 [Q_i^* - Q_i] \frac{\partial Q_i^*}{\partial T_j} \right\} \quad (j = 19, \dots, 32) \quad (15)$$

迭代终止的条件按下列方式选取:

当受热表面的有关测量值不含测量误差时,收敛准则为

$$J(T^{k+1}) < \epsilon \tag{16}$$

否则

$$J(T^{k+1}) < \sum_{i=33}^{48} \sigma^2(Q_i) \tag{17}$$

$\epsilon$  为给定的小正数,  $\sigma(Q_i)$  为受热表面热流量测量值的标准偏差。

### 4 计算结果与讨论

在求解过程中,辐射测量值用正问题的计算结果和随机测量误差来模拟,即:

$$(Q_i)_{\text{mea}} = (Q_i)_{\text{exa}} + \text{err}\% \cdot \zeta \cdot (Q_i)_{\text{exa}} \tag{18}$$

其中:  $\text{err}\%$  为测量误差,  $\zeta$  为标准正态分布的随机数。

当测量误差为 5% 时,计算结果见图 3 和图 4。

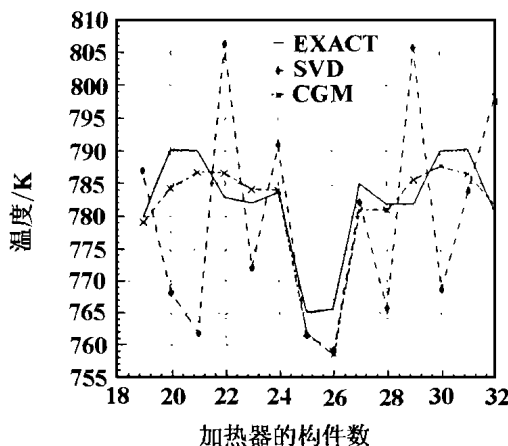


图 3 加热表面的温度分布 (测量误差为 5%)

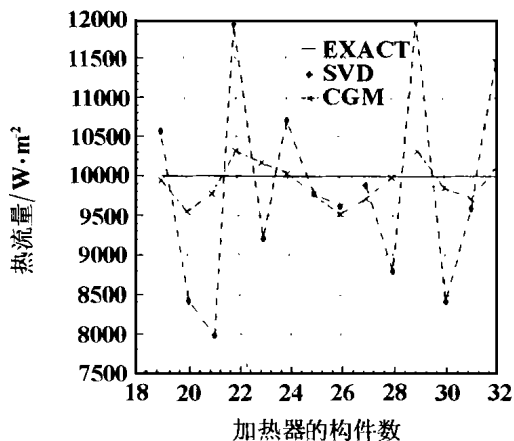


图 4 加热表面的热流量分布 (测量误差为 5%)

从图 3 的计算结果可以看出,当计算加热表面的温度时,用共轭梯度法得到的结果优于用特异值分解法得到的结果,但即使用特异值分解法也能得到较精确的解。

而图 4 的计算结果表明,当计算加热表面的

热流量分布时,用共轭梯度法得到的结果明显优于用特异值分解法得到的结果。这是因为,如本文

3.1 节中所述,用特异值分解法求解反问题时,为了得到稳定的解,需要进行降阶处理。但是在降阶的过程中,由于矩阵的一些特异值的数量级可能与误差控制项的数量级相同,因此在消除误差影响的同时,一些有用的信息也可能被消除,从而消除误差的作用受到限制。而共轭梯度法则是根据误差原理推导出来的,由于其能有效地控制误差的扩散,故能得到较精确的解。

### 5 结论

本文在以 Monte Carlo 法求解辐射正问题的基础上,用特异值分解法和共轭梯度法分别对壁面辐射热负荷反问题进行了求解。计算结果表明,当考虑测量值误差时,用共轭梯度法求解辐射热负荷反问题时解的稳定性和精度远高于用特异值分解法得到的结果。

虽然本文中的研究是针对真空系统,但如果要处理非真空系统中的辐射反问题,只需要在能量平衡方程式中增加气体的能量平衡方程,就可以用上述方法进行求解。

### 参考文献

- [1] Li H Y, Ozisk M N. Identification of the temperature profile in an absorbing, emitting and isotropically scattering medium by inverse analysis. *J. Heat Transfer*, 1992, 114: 1060 ~ 1063.
- [2] 谈和平, 阮立明, 夏新林, 余其铮. 反演辐射传递方程的 Tikhonov 方法. *工程热物理学报(增刊)*, 1996, 17: 163 ~ 166.
- [3] Ruperti N J, Raynaud Jr M, Sacadura J F. A method for the solution of the coupled inverse heat conduction-radiation problem. *Journal of Heat Transfer*, 1996, 118: 10 ~ 17.
- [4] Li H Y. Inverse radiation problem in two-dimensional rectangular media. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1997, 11 (4): 556 ~ 561.
- [5] Liu Linhua, Tan Heping, Yu Qizheng. Inverse radiative problem in one-dimensional semitransparent plane-parallel Media. *J. of Thermal Science*, 1998, 17(4).
- [6] Cheng Hunguang, Chih Chungtsai. A transient inverse two-dimensional geometry problem in estimating time-dependent irregular boundary configurations. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1998, 41(12): 1707 ~ 1718.
- [7] 工藤一彦, 黑田明兹, 齐藤龙彦, 小熊正人. ぶく射传热负荷反问题解法の加热炉设计への适用. *日本机械学会论文集(B 篇)*, 62 卷, 600 号(1996-8): 3131 ~ 3136.
- [8] 工藤一彦, 黑田明兹等. 特异值分解を用いた放射传热负荷反问题的解法. *日本机械学会论文集(B 篇)*, 61 卷, 585 号(1995-5): 1765 ~ 1774.
- [9] Martin, Dulikravic G S. Inverse determination of steady heat convection coefficient distributions. *J. Heat. Transfer*, 1998, 120: 328 ~ 334.
- [10] 王尊正. 数值分析基本教程. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1993.

(渠 源 编 辑)

**words:** thermoacoustic engine, standing wave, resonance tube, refrigeration

二维真空系中壁面幅射热负荷反问题= **An Inverse Problem of Wall-surface Radiation-heat Load in a Two-dimensional Vacuum System** [刊, 汉] / Fan Hongwu, Li Bingxi, Yang Lidan, et al (College of Energy Science and Engineering under the Harbin Institute of Technology // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —104 ~ 106

Based on a Monte Carlo method and through the use respectively of a Singular Value Decomposition method (SVDM) and a Conjugate Gradient Method (CGM) solved in this paper is the inverse problem of a wall-surface radiation-heat load. Calculation results show that when the error of measured values is taken into account the stability and precision of the solution by the CGM are by far higher than those of the solution by the SVDM method. **Key words:** inverse radiation problem, numerical analysis, Monte-Carlo method, Singular Value Decomposition, Conjugate Gradient Method

有限空间内不可逆卡诺热机的不可逆因子的研究= **A Study of the Irreversible Factor of a Finite-time Endo-irreversible Carnot Engine** [刊, 汉] / Yang Yushun, et al (Harbin Institute of Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —107 ~ 109

Deduced in this paper is the calculation formula of an irreversible factor for a finite-time endo-irreversible Carnot engine. Meanwhile, it is pointed out that at the maximum engine power the irreversible factor cannot be determined by using only the temperature of the high and low-temperature heat source. To make such a determination possible, one has to know the temperature of one end of a system's circulating working-medium. The calculation of a specific example shows the validity of the irreversible factor calculation formula. The latter can somehow serve as a helpful guide during the computation of the irreversible loss and thermal efficiency of the finite-time endo-irreversible Carnot engine. **Key words:** finite-time thermodynamics, irreversible factor, irreversible loss

煤的结渣特性磁力分析的研究= **A Study of the Magnetic Analysis of Coal-slagging Characteristics** [刊, 汉] / Chen Lizhe, Ai Jing, Li Zhenqi, et al (Harbin Institute of Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —110 ~ 111

Coal-ash slagging characteristics are studied from the perspective of coal physical properties. Among the various kinds of substances present in the coal, iron compounds have the lowest melting temperature, which is the major cause of coal-related slagging during coal-firing in a boiler furnace. This paper describes a new method for determining the slagging tendency of various kinds of coal on the basis of a magnetic absorption percent of magnetic iron-to-coal. Furthermore, an in-depth analysis is conducted of the mechanism and use of the above method, which makes possible the rapid measurement on-site of the coal-slagging characteristics. **Key words:** coal quality, magnetic analysis, slagging

大湿度燃烧计算模型及蒸汽喷注对燃烧室燃烧流场特性的影响= **A High-humidity Combustion Computation Model and the Effect of Steam Injection on the Combustion Flow-field Characteristics of a Combustor** [刊, 汉] / Hu Zongjun, Wang Ying, Wu Minglan, et al (College of Power & Energy under the Shanghai Jiaotong University) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —112 ~ 115

On the basis of a traditional gas-state combustion-calculation model a correction is performed of the operating features of a high-humidity combustor and a mathematical model appropriate for the high-humidity combustion calculation proposed. Thereupon, with respect to four versions of steam-injection location in a specific steam-injection combustor a comparison and calculation analysis has been conducted of the effect on combustor inner flow-field characteristics of the different steam injection locations. As a result, some logical conclusions were obtained. **Key words:** high-humidity combustion, steam injection, flow field simulation calculation