

# 有限时间内不可逆卡诺热机的不可逆因子的研究

(哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150001) 杨玉顺 刘仕强

**摘要:** 推导出了有限时间内不可逆卡诺热机的不可逆因子计算式, 同时指出, 其最大功率时不可逆因子无法仅用高、低温热源的温度来确定, 还必须已知系统循环工质的某一端的温度。由实例计算证明了不可逆因子计算式的可信性, 此计算公式对有限时间内不可逆卡诺热机的不可逆损失及热效率的计算有一定的指导意义。

**关键词:** 有限时间热力学; 内不可逆损失; 不可逆因子  
中图分类号: TK123 文献标识码: A

## 1 引言

加拿大学者 Curzon 和 Ahlborn 在 1975 年推导出了有限时间内可逆卡诺热机在最大输出功率时的 CA 效率即  $\eta_{CA} = 1 - (\frac{T_L}{T_H})^{0.5}$ , 这是有限时间热力学最早和最著名的结论。国外许多学者把热机的不可逆损失分为外部和内部两种。外部不可逆损失产生于循环系统和两热源之间的温差。内部不可逆损失主要是由流体粘性和机械摩擦等耗散因素造成的<sup>[1]</sup>。Curzon 和 Ahlborn 推导出的 CA 效率只考虑了热机的外部不可逆损失, 却没有考虑内部不可逆损失。后来, 许多学者在此基础上用不可逆因子来描述内不可逆损失对内不可逆卡诺热机进行研究, 但是, 以往的处理只知不可逆因子是一个大于零而小于 1 的估计值而无法精确计算。

作者认为不可逆因子是解决内部不可逆损失的关键所在, 而且必须通过不可逆因子的求解才能求出有限时间内不可逆卡诺热机的熵产、效率和系统运行时间。

## 2 几种描述内部不可逆损失因子的方法

曾经有许多方法用于解释和计算由耗散因素造成的热机内部不可逆损失。最早是美国的 EI—

Wakil 在 1962 年时用换热时的不可逆熵变和可逆熵变的关系来描述内部不可逆损失<sup>[1,2]</sup>:

$$\Delta S_L' / \Delta S_L = 1 + i \quad (1)$$

$\Delta S_L'$  为内部不可逆时的熵变;  $\Delta S_L$  为内部可逆时的熵变;  $i$  表示由内部不可逆损失造成的不可用能部分。

由此可得热效率为:

$$\eta = 1 - (i + 1) T_L / T_H \quad (2)$$

英国的 Howe 在 1981 年引入了一个小于 1 的因子  $\psi$  来修正内不可逆热机最大功率时的效率<sup>[1,3]</sup>:

$$\eta = \psi [1 - T_{LC} / T_{HC}] \quad (3)$$

1989 年, 厦门大学的严子浚提出不可逆度  $I$  来表示内不可逆热机中内部不可逆损失, 即<sup>[2,3]</sup>:

$$\eta = 1 - I T_{LC} / T_{HC} \quad (4)$$

另一种方法是美国的 Ibrahim 等人在 1991 年引入的不可逆因子  $\phi$ <sup>[4]</sup>:

$$\frac{Q_H}{T_{HC}} - \phi \frac{Q_L}{T_{LC}} = 0 \quad (5)$$

显然当  $\phi = 1$  表示内部可逆时,  $0 < \phi < 1$  表示内部不可逆时。

与  $\phi$  相联系的熵产  $\Delta S_p$  和热效率  $\eta$  可得:

$$\Delta S_p = (1 - \phi) \frac{Q_L}{T_{LC}} \quad (6)$$

$$\eta = 1 - \frac{T_{LC}}{\phi T_{HC}} \quad (7)$$

$\phi$ ,  $i$ ,  $I$  和  $\psi$  之间的联系也可得出:

$$I = 1 / \phi \quad (8)$$

$$\phi = \frac{1}{1 + i} \quad (9)$$

$$\psi = \frac{1 - T_{LC} / \phi T_{HC}}{1 - T_{LC} / T_{HC}} \quad (10)$$

但是, 以往的处理方法都没有给出描述热机内

收稿日期: 1999-08-23

作者简介: 杨玉顺(1948—), 男, 河北人, 哈尔滨工业大学能源学院教授, 从事工程热物理、不可逆过程热力学研究工作。

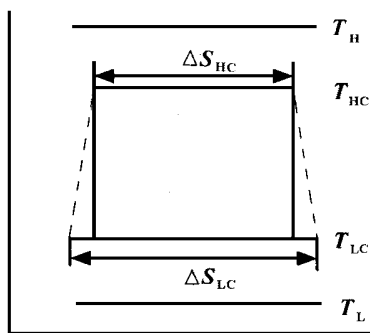


图 1 有限时间内不可逆卡诺热机分析图

部不可逆损失的不可逆因子 ( $i, \varphi, I, \phi$ ) 的计算式, 因而也无法求出其具体的数据。

3 有限时间内不可逆卡诺热机不可逆因子的推导

由热力学第一、第二定律可得:

$$\dot{Q}_H = (UA)_H(T_H - T_{HC}) \quad (11)$$

$$\dot{Q}_L = (UA)_L(T_{LC} - T_L) \quad (12)$$

$$W = (UA)_H(T_H - T_{HC}) - (UA)_L(T_{LC} - T_L) \quad (13)$$

$$S_g = \frac{(UA)_H(T_H - T_{HC})}{T_{HC}} - \phi \frac{(UA)_L(T_{LC} - T_L)}{T_{LC}} = 0 \quad (14)$$

$$\sqrt{\phi} = \frac{(UA)_H \sqrt{T_L T_H} - \sqrt{(UA)_H^2 T_L T_H - 4(UA)_L (UA)_H T_{LC} (T_{LC} - T_L)}}{2(UA)_L (T_{LC} - T_L)} \quad (19)$$

若已知有限时间内不可逆卡诺的高温热源温度  $T_H$  为 1 200 K, 冷源温度  $T_L$  为 300 K, 系统循环工质的冷端温度  $T_{LC}$  为 400 K, 单位时间内系统的热端总换的热系数  $(UA)_H$  为 300 kJ/K. 若还知单位时间内系统循环工质冷端的总换热系数  $(UA)_L$

$$\begin{aligned} \sqrt{\phi} &= \frac{(UA)_H \sqrt{T_L T_H} - \sqrt{(UA)_H^2 T_L T_H - 4(UA)_L (UA)_H T_{LC} (T_{LC} - T_L)}}{2(UA)_L (T_{LC} - T_L)} \\ &= \frac{300 \sqrt{300 \times 1200} - \sqrt{300^2 \times 300 \times 1200 - 4 \times 310 \times 300 \times 400 \times (400 - 300)}}{2 \times 310 \times (400 - 300)} \\ &= 0.768 \end{aligned} \quad (20)$$

则, 不可逆因子  $\phi$  为:

$$\phi = 0.768^2 = 0.589 \quad (21)$$

再由不可逆因子  $\phi$  求系统循环工质热端的温度  $T_{HC}$  的大小, 由公式(16):

$$\begin{aligned} T_{HC} &= \left[ \frac{\phi (UA)_L \sqrt{T_L/\phi} + (UA)_H \sqrt{T_H}}{\phi (UA)_L + (UA)_H} \right] \sqrt{T_H} \\ &= \left[ \frac{4120.8 + 10392.3}{182.59 + 300} \right] \times 34.64 \\ &= 1041.74 \text{ K} \end{aligned} \quad (22)$$

式中,  $(UA)_H$  和  $(UA)_L$  分别为单位时间的热源与系统热端及冷端的总换热系数即传热系数和面积的乘积, 量纲为  $J/(K \cdot s)$ 。

由拉格朗日乘法法, 求得最大输出功率时的系统循环工质热端的温度表达式为<sup>[1]</sup>:

$$T_{HC} = \left[ \frac{\phi (UA)_L \sqrt{T_L/\phi} + (UA)_H \sqrt{T_H}}{\phi (UA)_L + (UA)_H} \right] \sqrt{T_H} \quad (15)$$

经数学推导得到:

$$(UA)_L T_{HC} \phi - (UA)_L \sqrt{T_H T_L} \sqrt{\phi} + (UA)_H \times (T_{HC} - T_H) = 0 \quad (16)$$

则得:

$$\sqrt{\phi} = \frac{(UA)_L \sqrt{T_L T_H} + \sqrt{(UA)_L^2 T_L T_H - 4(UA)_L (UA)_H T_{HC} (T_{HC} - T_H)}}{2(UA)_L T_{HC}} \quad (17)$$

同理有<sup>[1]</sup>:

$$T_{LC} = \left[ \frac{\phi (UA)_L \sqrt{T_L/\phi} + (UA)_H \sqrt{T_H}}{\phi (UA)_L + (UA)_H} \right] \sqrt{\phi T_L} \quad (18)$$

经数学推导得到:

为 310 kJ/K. 则可以计算出此有限时间内不可逆卡诺热机在最大输出功率时的不可逆因子, 再由不可逆因子计算出与最大功率相匹配的系统循环工质热端的温度  $T_{HC}$  的大小。

由公式(19)得:

由公式(7)可求出此有限时间内不可逆卡诺热机最大输出功率时的效率:

$$\eta = 1 - T_{LC}/\phi T_{HC} = 1 - \sqrt{T_L/\phi T_H} = 1 - \sqrt{300/0.589 \times 1200} = 0.3485 \quad (23)$$

对于有限时间内可逆卡诺热机最大输出功率时的效率为:

$$\eta_{CA} = 1 - \sqrt{T_L/T_H} = 1 - \sqrt{300/1200} = 0.5 \quad (24)$$

对于经典热力学的卡诺效率:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{1200} = 0.75 \quad (25)$$

若系统冷端的总换热系数  $(UA)_L$  为 350  $\text{kJ}/\text{K}$ , 则不可逆因子  $\phi$  的大小为:

$$\begin{aligned} \sqrt{\phi} &= \frac{(UA)_H \sqrt{T_L T_H} - \sqrt{(UA)_H^2 T_L T_H - 4(UA)_L (UA)_H T_{LC} (T_{LC} - T_L)}}{2(UA)_L (T_{LC} - T_L)} \\ &= \frac{300 \sqrt{300 \times 1200} - \sqrt{300^2 \times 300 \times 1200 - 4 \times 350 \times 300 \times 400 \times (400 - 300)}}{2 \times 350 \times (400 - 300)} \\ &= 0.787 \end{aligned} \quad (26)$$

则得不可逆因子  $\phi$  为 0.6196, 并算出效率  $\eta$  为 0.3648,  $T_{HC} = 1016.2 \text{ K}$ ; 因为不可逆因子  $\phi$  越大, 则不可逆损失越小, 热机的效率越高. 由此计算得出的值可知对于内不可逆卡诺热机, 系统冷端的总换热系数  $(UA)_L$  越大于系统热端的总换热系数  $(UA)_H$  时, 系统的不可逆损失才能够越小.

仿照以上的计算过程, 表 1 给出了在  $(UA)_H = 300 \text{ kJ}/\text{K}$ ,  $T_L = 300 \text{ K}$  不变时, 对应不同的  $T_H$ ,  $T_{LC}$ ,  $(UA)_L$  时的  $\phi$ ,  $\eta$  及  $T_{HC}$  的值. 从此表可以进一步看出, 在  $T_H$ ,  $T_L$ ,  $T_{LC}$  和  $(UA)_L$  不变的条件下, 只有提高循环工质冷端的总换热系数  $(UA)_L$ , 才能提高循环的热效率.

表 1 有限时间内不可逆卡诺热机不可逆因子计算表

$(UA)_L$	$T_H$	1600			1400			1200		
		$T_{LC}$	400	380	350	400	380	350	400	380
300	$\phi$	0.4041	0.3463	0.2757	0.4773	0.4049	0.3188	0.5836	0.4877	0.3780
	$T_{HC}$	1453.2	1491.3	1593.4	1250.8	1290.0	1339.0	1047.2	1088.3	1138.5
	$\eta$	0.3188	0.2642	0.1753	0.3299	0.2725	0.1802	0.3455	0.2840	0.1868
350	$\phi$	0.4200	0.3557	0.2759	0.5002	0.4180	0.3240	0.6169	0.5073	0.3854
	$T_{HC}$	1425.4	1471.4	1528.8	1221.7	1269.6	1328.3	1016.2	1067.1	1127.5
	$\eta$	0.3318	0.2739	0.1810	0.3455	0.2840	0.1868	0.3648	0.2980	0.1946
400	$\phi$	0.4377	0.3658	0.2835	0.5264	0.4323	0.3294	0.6237	0.5291	0.3931
	$T_{HC}$	1396.3	1451.0	1518.0	1191.0	1248.5	1317.3	982.9	1044.8	1116.4
	$\eta$	0.3455	0.2840	0.1868	0.3619	0.2959	0.1935	0.3856	0.3126	0.2026

## 4 结论

(1) 推导出了在最大功率输出条件下的有限时间内不可逆热机不可逆因子  $\phi$  的计算式, 从而可使这一不可逆因子从定性估计到定量计算.

(2) 在换热条件不变的条件下, 只有给出热源温度、冷源温度和循环工质的某一端温度, 才能计算出不可逆因子的数值.

## 参考文献

- [1] Ibrahim O M, Lkin S A, Mitchell J W. Optimum heat power cycles for specified boundary conditions. *J. of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1991, 10(113): 514~521
- [2] 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 关于 CA 效率、不可逆热机和有限时间热力学发展. *热能动力工程*, 1993, 8(3): 162~164
- [3] 严子浚.  $\eta^*P$  最大时不可逆卡诺热机的  $\eta$  和  $P$ . *热能动力工程*, 1989, 4(6): 1~6

(何静芳 编辑)

**words:** thermoacoustic engine, standing wave, resonance tube, refrigeration

二维真空系中壁面幅射热负荷反问题= **An Inverse Problem of Wall-surface Radiation-heat Load in a Two-dimensional Vacuum System** [刊, 汉] / Fan Hongwu, Li Bingxi, Yang Lidan, et al (College of Energy Science and Engineering under the Harbin Institute of Technology // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —104 ~ 106

Based on a Monte Carlo method and through the use respectively of a Singular Value Decomposition method (SVDM) and a Conjugate Gradient Method (CGM) solved in this paper is the inverse problem of a wall-surface radiation-heat load. Calculation results show that when the error of measured values is taken into account the stability and precision of the solution by the CGM are by far higher than those of the solution by the SVDM method. **Key words:** inverse radiation problem, numerical analysis, Monte-Carlo method, Singular Value Decomposition, Conjugate Gradient Method

有限空间内不可逆卡诺热机的不可逆因子的研究= **A Study of the Irreversible Factor of a Finite-time Endo-irreversible Carnot Engine** [刊, 汉] / Yang Yushun, et al (Harbin Institute of Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —107 ~ 109

Deduced in this paper is the calculation formula of an irreversible factor for a finite-time endo-irreversible Carnot engine. Meanwhile, it is pointed out that at the maximum engine power the irreversible factor cannot be determined by using only the temperature of the high and low-temperature heat source. To make such a determination possible, one has to know the temperature of one end of a system's circulating working-medium. The calculation of a specific example shows the validity of the irreversible factor calculation formula. The latter can somehow serve as a helpful guide during the computation of the irreversible loss and thermal efficiency of the finite-time endo-irreversible Carnot engine. **Key words:** finite-time thermodynamics, irreversible factor, irreversible loss

煤的结渣特性磁力分析的研究= **A Study of the Magnetic Analysis of Coal-slagging Characteristics** [刊, 汉] / Chen Lizhe, Ai Jing, Li Zhenqi, et al (Harbin Institute of Technology) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —110 ~ 111

Coal-ash slagging characteristics are studied from the perspective of coal physical properties. Among the various kinds of substances present in the coal, iron compounds have the lowest melting temperature, which is the major cause of coal-related slagging during coal-firing in a boiler furnace. This paper describes a new method for determining the slagging tendency of various kinds of coal on the basis of a magnetic absorption percent of magnetic iron-to-coal. Furthermore, an in-depth analysis is conducted of the mechanism and use of the above method, which makes possible the rapid measurement on-site of the coal-slagging characteristics. **Key words:** coal quality, magnetic analysis, slagging

大湿度燃烧计算模型及蒸汽喷注对燃烧室燃烧流场特性的影响= **A High-humidity Combustion Computation Model and the Effect of Steam Injection on the Combustion Flow-field Characteristics of a Combustor** [刊, 汉] / Hu Zongjun, Wang Ying, Wu Minglan, et al (College of Power & Energy under the Shanghai Jiaotong University) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. —2000, 15(2). —112 ~ 115

On the basis of a traditional gas-state combustion-calculation model a correction is performed of the operating features of a high-humidity combustor and a mathematical model appropriate for the high-humidity combustion calculation proposed. Thereupon, with respect to four versions of steam-injection location in a specific steam-injection combustor a comparison and calculation analysis has been conducted of the effect on combustor inner flow-field characteristics of the different steam injection locations. As a result, some logical conclusions were obtained. **Key words:** high-humidity combustion, steam injection, flow field simulation calculation