

减振算法研究及其在轴流压缩机叶片中应用

薛国新,肖立川

(江苏石油化工学院 计算机系, 江苏 常州 213016)

摘 要: 附加粘弹性阻尼材料是控制能源工程核心机械装置振动的有效手段。有关的振动特征值计算较为复杂, 但又特别重要。考虑装置阻尼特性在大范围内变化的可能性, 为装置特征值的变化特性作出可靠分析, 提出了具有统一计算格式的高阶摄动模型。通过对压缩机叶片的研究表明, 该模型结果可靠, 较易于计算程序实现, 便于推广应用。

关 键 词: 减振; 特征分析; 摄动法; 压缩机叶片

中图分类号: TK474.8⁺11·TH123 文献标识码: A

1 前言

能源工程核心机械装置如透平及压缩机等的振动控制, 一直是人们广为关注的问题。在许多场合, 需要使振动尽可能地小。对这种情况, 通过在构件上贴上附加的粘弹性材料以吸收振动能量是减振的有效手段^[2~3]。为了比较附加不同阻尼时的构件振动特性, 需考察阻尼大范围变化时构件各阶固有特征值的变化规律。这时, 必须采用摄动方法^[4~9]。以往的分析计算未能考虑各阶摄动计算和不同阻尼点特征值变化率之间的内在联系, 用它对公共部分统一进行计算, 其精度和效率都难以保证。本文作者通过分析结构特征向量对阻尼剪切模量实部 G_R 导数算式的统一规律, 提出了改进的高阶摄动算法。对轴流压缩机叶片进行了具体研究, 试算结果令人满意。

2 特征分析策略

对于实际的粘弹性结构, 设其阻尼材料的剪切模量为 $G_R + IG_I$ 。这里, G_R 和 G_I 分别为其实部和虚部。 $I = \sqrt{-1}$ 。为了比较不同的 G 对动应力分布的影响, 就必须确定不同 G 所对应的结构特征值和特征向量。如所周知, 特征值分析是一个较为复杂的计算问题。如果对各种不同的 G 均进行独立的特征值分析计算, 将会事倍而功半。根据摄动法的特点, 当 G

在某一小范围内变化时, 可以只对其中某一 $G = G_0$ 用广义雅可比法或子空间迭代法进行独立的特征值和特征向量的计算, 而该小范围内其余 G 处的特征值和特征向量则可通过 G_0 处的特征值和特征向量运用一阶摄动法给出。运用较高阶数的摄动法可以进一步扩大摄动法计算的有效范围。当 G 在大范围内变化时, 可选择一些离散点 G , 用广义雅可比法或子空间迭代法对它们进行各自独立的特征计算。运用高阶摄动法求出 G 在这些离散点附近变化时的特征值和特征向量。对于离开这些离散点较远的 G 所对应的特征值和特征向量, 可由前述已算出的特征值和特征向量通过插值或外推方法求出。

对于实际的粘弹性结构, 一般剪切模量虚部 G_I 与其实部 G_R 相比为小量, 故由其虚部引起的特征值和特征向量的变化可由复摄动法计算。由于复摄动的计算公式推导完全类似于实摄动公式的推导。故下文仅就实摄动加以考虑。

为了减少计算工作量和便于程序实现, 必须充分利用不同阶摄动计算之间的相同特点, 找出统一的计算模型, 以避免不必要的重复计算。

3 摄动计算模型

考虑一般的情形, 设 λ 是对应于某 G_R 的 m 重特征值 ($m \geq 1$), 相应的 m 个特征向量顺次为 $\varphi^{(1)}, \dots, \varphi^{(m)}$ 。对任一 $\varphi^{(i)}, 1 \leq i \leq m$, 有

$$(K - \lambda M)\varphi^{(i)} = 0 \quad (1)$$

其中 K 和 M 分别为刚度矩阵和质量矩阵。规定正则性条件

$$\varphi^{(i)T} M \varphi^{(i)} = 1, \quad 1 \leq i \leq m \quad (2)$$

式(1)对 G_R 求 $P (P \geq 1)$ 阶偏导数得

$$\sum_{r=0}^P \frac{\partial (K - \lambda M)}{\partial G_R^r} \cdot \frac{\partial^{P-r} \varphi}{\partial G_R^{P-r}} = 0 \quad \text{即有}$$

收稿日期: 2000-06-13; 修订日期: 2000-09-25

基金项目: 江苏省科技厅 2000 年度国际合作基金资助项目 (BS2000730)

作者简介: 薛国新(1962-)男, 江苏武进人, 江苏石油化工学院副研究员, 硕士。

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial G_R^2} = \sum_{r=0}^p \frac{\partial (\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})}{\partial G_R^r} \cdot \frac{\partial^{p-r} \varphi}{\partial G_R^{p-r}} \quad (3)$$

对于相当广泛的一类情形, 改变阻尼时, 质量矩阵不变, 故它对 G_R 的各阶偏导数为零。至于刚度阵, 它对

G_R 的各阶偏导数 $\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R^r}$ 可由结构及粘弹性阻尼的具体情况确定, 因而在计算中可认为由已知条件给出。

式(3)右端的计算涉及到 λ 对 G_R 的各阶导数。注意如果 $m > 1$, 而 λ 为 m 阶特征值, 则 λ 相应于 m 个不同的特征向量, $\frac{\partial \lambda}{\partial G_R^r}$ 相应于不同的特征向量有不同的值, 顺次记为 $\left[\frac{\partial \lambda}{\partial G_R^r} \right]^{(i)}$, $i = 1, \dots, m$ 。对任一 $P \geq 1$, $\left[\frac{\partial \lambda}{\partial G_R^P} \right]^{(i)}$ 可由 \mathbf{K} 和 $\varphi^{(i)}$ 对 G_R 的各阶偏导数算出。现以 λ 对 G_R 的一阶偏导数为例加以说明。在式(3)中令 $P = 1$, 将其两端转置并同乘以 $\varphi^{(i)}$, 然后运用式(1)和式(2)有

$$\left[\frac{\partial \lambda}{\partial G_R} \right]^{(i)} = \varphi^{(i)T} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R} \varphi^{(i)} \quad (4)$$

同样可得

$$\left[\frac{\partial \lambda}{\partial G_R^2} \right]^{(i)} = \varphi^{(i)T} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R^2} \varphi^{(i)} + 2\varphi^{(i)T} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R} \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial G_R} \quad (5)$$

$$\left[\frac{\partial \lambda}{\partial G_R^3} \right]^{(i)} = 4 \frac{\partial \varphi^{(i)T}}{\partial G_R} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R^2} \varphi^{(i)} + \varphi^{(i)T} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R^3} \varphi^{(i)} +$$

$$2 \frac{\partial \varphi^{(i)T}}{\partial G_R} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R} \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial G_R} + 2\varphi^{(i)T} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial G_R} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial G_R^2} \quad (6)$$

一般进行到三阶摄动已能较充分地利用摄动法所带来的好处。由上所述可知式(3)是递推计算 $\varphi^{(i)}$ 对 G_R 各阶偏导数的方程组。将式(3)的右端向量记为 $\mathbf{B}_P^{(i)}$, 对于不同的 P , 求解 $\frac{\partial^P \varphi^{(i)}}{\partial G_R^P}$ 的方程组的差异仅在于它们的右端向量不同。对于任何一个这样的方程组, 其通解是方程组的一个特解再加上对应的线性齐次方程组的通解。由特征值理论可知, 各个这样的线性齐次方程组的通解均具有统一形式 $\sum_{r=1}^m c_{rP}^{(i)} \varphi^{(i)}$ 现考虑其特解的求取。将矩阵 $\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}$ 的行向量顺次记为 $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N$ 。由特征值理论可知矩阵 $\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}$ 的秩为 $N - m$ 。用线性代数方法求出向量组 $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N$ 的一个最大线性无关组 $\mathbf{a}_{r_1}, \dots, \mathbf{a}_{r_{N-m}}$ 。将由 $\mathbf{a}_{r_1}, \dots, \mathbf{a}_{r_{N-m}}$ 组成的子空间记为 R^{N-m} 。由 $\mathbf{a}_{r_1}, \dots, \mathbf{a}_{r_{N-m}}$ 算出其一组正交归一基 $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{N-m}$ 。在空间

R^{N-m} 中有唯一的 $\mathbf{S}_P^{(i)}$ 为方程组(3)的特解。设 $\mathbf{S}_P^{(i)} = x_1 \mathbf{e}_1 + \dots + x_{N-m} \mathbf{e}_{N-m}$, $\mathbf{a}_{r_j} = \tilde{a}_{j1} \mathbf{e}_1 + \dots + \tilde{a}_{j(N-m)} \mathbf{e}_{N-m}$, $j = 1, \dots, N - m$; 又令 $\tilde{\mathbf{a}}_j = (\tilde{a}_{j1}, \dots, \tilde{a}_{j(N-m)})^T$, $\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{a}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{a}}_{N-m} \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{N-m})^T$, $\mathbf{B}_P^{(i)} = (B_{r_1 P}^{(i)}, \dots, B_{r_{N-m} P}^{(i)})^T$, 则 \mathbf{x} 满足 $\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \mathbf{B}_P^{(i)}$ 。于是 $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{B}_P^{(i)}$, 而 $\mathbf{S}_P^{(i)} = \mathbf{x}^T \mathbf{E}$, 这里 $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{N-m} \end{bmatrix}$ 。由此

可见, 对于不同的 i 和 P , $\mathbf{S}_P^{(i)}$ 的计算格式是统一的, 因为各自的矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 相同, 故其逆 $\tilde{\mathbf{A}}^{-1}$ 的计算只需进行一次。可预先算好并加以存放供以后各次计算 $\mathbf{S}_P^{(i)}$ 使用。方程组(3)的通解可表成如下形式

$$\frac{\partial^P \varphi^{(i)}}{\partial G_R^P} = \mathbf{S}_P^{(i)} + \sum_{r=1}^m c_{rP}^{(i)} \varphi^{(i)} \quad (7)$$

对任一组 i, P , 可用正则性条件确定上式右端的常数 $c_{rP}^{(i)}$, $r = 1, \dots, m$ 。现以 $P = 1, 2, 3$ 的情形加以说明。对给定的 i, P , 令 $c_{rP}^{(i)} = 0, r \neq i, 1 \leq r \leq m, c_{iP}^{(i)} \neq 0$, 可以由正则性条件确定 $c_{iP}^{(i)}$ 。在式(7)中令 $P = 1$, 并运用式(2)左端对 G_R 的一阶偏导数为零条件可得 $\left[\mathbf{S}_1^{(i)T} + c_{i1}^{(i)} \varphi^{(i)T} \right] \mathbf{M} \varphi^{(i)} = 0$, 由此及式(2)得

$$c_{i1}^{(i)} = -\mathbf{S}_1^{(i)T} \mathbf{M} \varphi^{(i)} \quad (8)$$

类似地, 在式(7)中令 $P = 1, 2, 3$, 并分别运用式(2)左端对 G_R 的二阶和三阶偏导数为零条件, 经整理顺次可得

$$c_{i2}^{(i)} = -c_{i1}^{(i)} - \mathbf{S}_1^{(i)T} \mathbf{M} \mathbf{S}_1^{(i)} - (2c_{i1}^{(i)} \mathbf{S}_1^{(i)} + \mathbf{S}_2^{(i)T} \mathbf{M} \varphi^{(i)}) \quad (9)$$

$$c_{i3}^{(i)} = -3c_{i1}^{(i)} c_{i2}^{(i)} - 3\mathbf{S}_2^{(i)T} \mathbf{M} \mathbf{S}_1^{(i)} - (\mathbf{S}_3^{(i)T} + 3c_{i1}^{(i)} \mathbf{S}_2^{(i)T} + 3c_{i2}^{(i)} \mathbf{S}_1^{(i)T}) \mathbf{M} \varphi^{(i)} \quad (10)$$

显然, 由上述方法确定的 $c_{rP}^{(i)} = 0, r \neq i, 1 \leq r \leq m$ 能使正则性条件得到满足。

以上为式(3)特解及通解的计算模型, 上述公式充分地考虑了公共部分的计算, 对不同的 i, P , 它们的计算形式是统一的。因此, 特别易于程序实现, 用以解决实际问题。

4 应用实例

为了对结构实行减振, 可以在构件上贴上具有

粘弹性阻尼的材料。一般还要在阻尼材料层上再覆以不太厚的约束层, 才能更有效地发挥阻尼材料的减振作用。这一技术被用于轴流压缩机叶片振动调节。所考虑的轴流压缩机叶片可作为一端固支的悬臂梁处理。如图 1 所示。

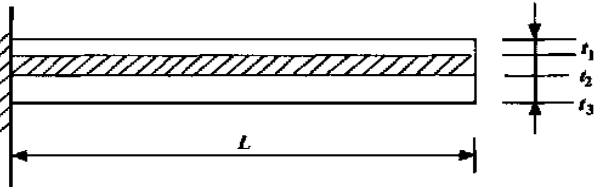


图 1 压缩机叶片模型

该梁有三层, 其中最下一层是基层, 代表叶片本身, 中间层为阻尼层, 顶部为约束层。基层密度 $\rho_3 = 2.8 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$, 阻尼层密度 $\rho_2 = 0.8056 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$, 约束层密度 ρ_1 等于阻尼层密度 ρ_2 。基层和约束层的弹性模量分别为 $E_3 = 61.20 \times 10^6 \text{ Pa}$ 和 $E_1 = 7.00 \times 10^6 \text{ Pa}$ 。对阻尼层, 仅须考虑其剪切模量。阻尼层的剪切模量的实部和虚部分别是 $G_R = 5.02 \times 10^2 \text{ Pa}$, $G_I = 29.441 \text{ Pa}$ 。梁宽 $b = 1.5 \text{ cm}$ 。基层、阻尼层和约束层的厚度分别是 $t_3 = 0.1 \text{ cm}$, $t_2 = 0.05 \text{ cm}$ 和 $t_1 = 0.05 \text{ cm}$ 。梁长 $L = 24 \text{ cm}$ 。让剪切模量实部发生增量 $\Delta G_R = \frac{i}{100} \cdot G_R, i = 1, \dots, 60$ 。将梁等分为四个单元。用有限单元法计算出相应于 $G_R, G_R + 0.2G_R, G_R + 0.4G_R, G_R + 0.6G_R$ 的一至四阶固有频率及特征向量。另外, 我们由相应于 $G_R + 0.01(k-1)G_R$ 的一至四阶固有频率和特征向量用摄动法求出相应于 $G_R + 0.01kG_R$ 的一至四阶固有频率和特征向量, 这里 $1 \leq k \leq 60$ 。表 1 给出了两种算法的计算结果, 括号中为摄动法计算结果。

表 1 剪模实部两种算法计算结果的比较 — 算例 1
($G_I = 29.44 \text{ Pa}$)

频率阶数	G_R	$G_R + 0.2G_R$	$G_R + 0.4G_R$	$G_R + 0.6G_R$
1	31.795	32.277(32.320)	32.746(32.837)	33.146(33.346)
2	155.261	159.631(159.805)	163.398(164.223)	167.957(168.525)
3	382.860	392.527(392.667)	401.514(402.235)	411.448(417.587)
4	699.272	712.200(712.334)	725.148(725.160)	737.513(737.763)

为了比较具有不同剪切模量虚部时的摄动计算效果, 将 G_I 值取为实际值的两倍, 即取 $G_I = 2 \times 29.44 \text{ Pa} = 58.88 \text{ Pa}$, 而其余的材料参数不变。重复上述的计算, 得到下表。

表 2 剪模实部两种算法计算结果的比较 — 算例 2
($G_I = 58.88 \text{ Pa}$)

频率阶数	G_R	$G_R + 0.2G_R$	$G_R + 0.4G_R$	$G_R + 0.6G_R$
1	29.251	29.824(29.896)	30.126(30.210)	30.494(30.494)
2	144.393	149.255(148.019)	151.960(152.727)	157.040(159.908)
3	357.974	367.013(365.536)	375.817(376.492)	385.938(393.367)
4	667.316	666.619(664.744)	681.639(679.200)	693.262(698.186)

由上表可见, 虽然由于剪切模量虚部的增加而使摄动法计算误差总体上有所增加, 但仍有足够的精度。

5 结论

本文给出的摄动模型, 充分挖掘了各特征向量对 G_R 各阶导数计算上的内在联系, 使摄动计算工作量尽可能减少。由于有关公式形式统一, 因而算法易于程序实现。本文方法的计算结果是可靠的。

参考文献:

- [1] 刘士学, 方先清. 透平压缩机强度与振动[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- [2] NIESEN E J, LAI M L, SOONG T T, *et al.* Viscoelastic damper overview for seismic and wind application[A]. **Proceedings of the First World Conference on Structural Control**[C]. Los Angeles, California, 1994, 3: FP3-42-FP3-51.
- [3] CHANG K C, LAI M L, SOONG T T, *et al.* Seismic behavior and design guidelines for steel frame structures with added viscoelastic dampers[R]. NCEER Report 93-0009, State University of New York at Buffalo, 1993.
- [4] 吕振华. 线性特征值问题在模态坐标中的矩阵摄动法[J]. 振动工程学报, 1989, 6(2): 59-64.
- [5] 周光泉, 刘孝敏. 粘弹性理论[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1996.
- [6] CHRISTENSEN R M. Theory of viscoelasticity[M]. New York: Academic Press, 1998.

(渠源 编辑)

欢迎订阅《热能动力工程》

cillation method

边缘检测小波对信号奇异性的检测在汽液两相流动中的应用 = **The Use of Edge Detection of Wavelets for Signal Singularity Detection in a Gas-liquid Two-phase Flow** [刊, 汉] / SHANG Zhi, GUO Yu-jun, SU Guang-hui, et al (Energy and Power Engineering Institute under the Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China, Post Code: 710049) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2001, 16(4). — 421 ~ 424

Currently, function (signal) singularity detection method is mainly realized through the use of wavelet transformation. As the dissociation of wavelets is characterized by a fairly good localized feature of space and frequency domain, the wavelet transformation can delineate the variation law of signals and perform the detection and analysis of various singular properties of singular points in signals. It is also possible to analyze a gas-liquid two-phase flow condition through an edge detection of wavelet transformation and detect thermodynamic data in a gas-liquid two-phase flow. The edge detection of pressure curves of a gas-liquid two-phase uniform-phase flow model shows that the edge detection of wavelets can be fully utilized to perform the edge detection of the gas-liquid two-phase flow conditions. **Key words:** wavelet transformation, edge detection, gas-liquid two-phase flow

减振算法研究及其在轴流压缩机叶片中应用 = **A Study of Vibration Damping Algorithm and Its Application on Compressor Blades** [刊, 汉] / XUE Guo-xin, XIAO Li-chuan (Jiangsu Provincial Petrochemical Institute, Changzhou, Jiangsu Province, China, Post Code: 213016) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2001, 16(4). — 425 ~ 427

The use of viscous-elastic materials has been considered as one of the effective means for coping with vibrations in major mechanical devices of power engineering units. The calculation of vibration eigenvalues, though rather complicated, is of crucial importance. In view of the possibility of a wide-range variation of damping characteristics of mechanical devices the authors have proposed a high-order perturbation model. The latter has a unified calculation scheme and can be employed to perform a reliable analysis of the eigenvalues of the relevant devices. A study of its use on compressor blades has shown that the model gives reliable results, lends itself to be easily programmed by a computer and can be readily popularized for general use. **Key words:** vibration damping, analysis of eigenvalues, perturbation method, compressor blade

汽轮机循环水系统的稳态仿真数学建模 = **Mathematical Modeling for the Simulation of the Circulating Water System of a Steam Turbine** [刊, 汉] / LIU Hai-feng, SHI Xiao-ping, YAO Yu (Simulation Center under the Harbin Institute of Technology, Harbin, China, Post Code: 150001) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2001, 16(4). — 428 ~ 430

The circulating water system of a steam turbine represents a heat exchange system of cooling water and high-temperature steam. The mathematical model based on the mechanism of the cooling water and water pressure is very complicated and not suited for a computer-based real-time simulation system. By the use of the measured data of a power plant and with the help of a hyper-curvature fitting method set up was a mathematical model for the simulation of the water temperature and water pressure of the circulating water system. The recommended model involves a relatively small computation load and features a high precision as certified by the simulation results. **Key words:** mathematical modeling, simulation, super-curvature fitting

一种电站热工流体系统故障诊断的方法 = **A Fault Diagnosis Method for the Thermodynamic Fluid System of a Power plant** [刊, 汉] / YAN Shui-ping, HUANG Shu-hong, GAO Wei (Power Engineering Department, Central China University of Science & Technology, Wuhan, China, Post Code: 430074) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2001, 16(4). — 431 ~ 433, 443

Presented is a strategy of system division designed to conduct fault diagnoses for a complicated system. With the condensate system of a power plant serving as an example described are the system simulation method and its related model. Explored is a method of fault identification and diagnosis through the use of a real-time system simulation model and failure model. The recommended method can not only make a diagnosis of the common faults (for example, pipe leakage and clogging) of the system but also solve the residuals-caused difficult problems in a complicated system. This has laid the foundation for the use of autonomous type of fault diagnosis system in power plants. **Key words:** fault diagnosis, system