

非线性鲁棒控制方法的新进展

李大中, 王晓慧, 张爱平

(华北电力大学 动力系, 河北保定 071003)

摘 要:介绍了非线性鲁棒控制的主要方法, 针对非线性系统被控对象的各种不确定性, 阐述了近年来鲁棒控制方法的新进展——李雅普诺夫方法和 H_∞ 方法的改进及与智能化方法相结合的一些新方法。在此基础上, 对目前该领域研究的一些主要新成果进行了分析。

关 键 词:非线性; 鲁棒控制; 不确定性; 智能化方法

中图分类号: O231.2

文献标识码: A

1 引 言

非线性是在工程、自然界和人类社会等各个领域普遍存在的一种现象。严格来说, 非线性系统才是最具有代表性的系统, 因此对非线性系统的研究具有较高的实用价值, 并且对控制系统的设计和应用具有一定的指导意义。

在实际系统中, 被控对象往往伴随着各种各样的不确定性, 因此人们只能基于近似描述被控对象的标称数学模型来设计控制系统。所谓鲁棒性是指当不确定性在一组给定的范围内发生变化时, 必须保证控制系统的品质不因不确定性的存在而遭到破坏的特性。因而, 鲁棒控制对非线性

系统而言是一个重要课题, 进而非线性鲁棒控制方法的进展受到广泛的关注, 成为研究的热点。随着数学中的非线性分析、非线性泛函, 物理学中的非线性动力学等的迅猛发展, 非线性系统控制也突破了原有的相平面法、李雅普诺夫法以及谐波线性化等方法, 基于微分几何的非线性系统理论的出现, 它与李雅普诺夫稳定性理论、小增益定理以及耗散性或无源性理论相结合, 给出了许多鲁棒系统分析和设计的方法, 例如文中提到的 Lyapunov 递推法, Forwarding 法等。同时与智能化方法相结合的鲁棒控制策略, 将非线性鲁棒控制的研究推入了崭新的阶段。

2 非线性鲁棒控制方法回顾

2.1 李雅普诺夫法

李雅普诺夫稳定性理论在 20 世纪 80 年代至 90 年代进入非线性控制领域成为非线性系统鲁棒镇定的主要设计方法。利用这类方法设计鲁棒镇定系统时, 首先假设实际系统中存在的不确定性是未知的, 但是属于某一个描述的集合, 即不确定性因素可以表示为有界的未知参数, 增益有

界的未知摄动函数以及被控对象的标称模型来构造一个适当的 Lyapunov 函数, 使其保证整个系统对于不确定集中的任何元素都是稳定的。正是由于这种一般性, 无论用来分析稳定性或用来镇定综合, 都缺乏构造性。

2.2 H_∞ 法

H_∞ 控制是在 Hardy 空间通过某些性能指标的无穷范数优化而获得具有鲁棒性能的控制器的方法。它有效地解决了常规频域理论不适于 MIMO 系统设计及 LQG 理论不适于模型摄动情况两大难题。1989 年由 Ball 和 Helton 把这种干扰抑制思想引入非线性系统^[1]。从本质说, 非线性 H_∞ 控制是一种 L_2 增益约束的控制问题, 用耗散理论的术语来说就是供给率由输入输出的范数之差给出的情况。非线性 H_∞ 控制分为状态反馈控制和输出反馈控制, Vander Schaft 等运用辛几何和动态耗散理论给出了解决非线性 H_∞ 状态反馈控制方法^[2~3], 即把问题归纳为 Hamilton-Jacobi 方程的可解性。Isidori 等人提出了解决非线性 H_∞ 控制问题微分对策框架^[4], 指出了输出反馈控制器的存在与一对耦合的 Hamilton-Jacobi 方程的光滑正定解有

关, Isidori 基于对策的框架, 给出了符合分离原理的输出反馈控制器存在的条件^[9]。总之, 非线性 H_∞ 控制理论是解决非线性系统鲁棒控制最系统化的方法之一。

2.3 反馈线性化

近十多年来, 反馈线性化已成为研究非线性系统的一种有效方法, 它通过非线性状态反馈和坐标变换来进行严密的线性化, 并使用线性系统的鲁棒设计方法, 来获得非线性鲁棒控制器。考虑可状态反馈线性化的一类多变量仿射非线性系统^[6]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) + u \quad (1) \\ y &= h(x) \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $u = \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_m)$, $y = \text{col}(y_1, y_2, \dots, y_m)$ 分别是状态向量、输入向量和输出向量, 而且

$$\begin{aligned} g(x) &= [g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)] \quad (3) \\ h(x) &= \text{col}(h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)) \quad (4) \end{aligned}$$

$f(x), g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)$ 和 $h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)$ 分别是平滑向量场和函数。引入新的输入向量: $v = \text{col}(v_1, v_2, \dots, v_m)$, 状态向量: $\xi = \text{col}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ 通过非线性状态反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (5)$$

其中 $\alpha(x) =$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1(x) \\ \alpha_2(x) \\ \vdots \\ \alpha_m(x) \end{bmatrix}, \beta(x) =$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{11}(x) & \beta_{12}(x) & \dots & \beta_{1m}(x) \\ \beta_{21}(x) & \beta_{22}(x) & \dots & \beta_{2m}(x) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{m1}(x) & \beta_{m2}(x) & \dots & \beta_{mm}(x) \end{bmatrix}$$

以及状态坐标变换:

$\xi = \varphi(x)$ 可以把非线性系统式(1)和式(2)转化为线性系

统:

$$\dot{\xi} = A\xi + Bv \quad (6)$$

$$y = C\xi \quad (7)$$

其中 $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times n}$, $C \in R^{m \times n}$ 。经过反馈线性化的非线性系统再利用 μ 综合、Lyapunov 法进行鲁棒控制。反馈线性化方法中的微分几何法和逆系统方法使非线性系统的研究进入了一个新的发展阶段。

3 非线性鲁棒控制的新进展

3.1 李雅普诺夫法的改进

3.1.1 基于反馈线性化的 Lyapunov 法

Lyapunov 法对于非线性系统仍然是一种行之有效的方法。在实际应用中人们对其不断加以改进, 20 世纪 80 年代以后反馈线性化的引入, Lyapunov 法被广泛推广于非线性系统, 应用于时滞不确定非线性系统、不确定仿射非线性系统, 以及一类不确定非线性系统等, 并且有许多成功的应用^[7-9], 还有应用 Lyapunov 直接法提出一种基于不确定上界的连续型鲁棒控制器设计法等^[10]。

3.1.2 Lyapunov 递推法

对于参数不确定的非线性, 利用 Lyapunov 函数递推法设计鲁棒控制器, 不仅能保证所有闭环系统信号的全局有界性, 而且系统非常稳定, 并能对闭环系统过渡响应进行分析^[10]。

考虑非线性串联系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f(x_1) + \varphi(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= u \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $f(0) = 0$, 假设该系统满足: (1) $x_1 = 0$ 是子系统 $\dot{x}_1 = f(x_1)$ 的渐近稳定的平衡点; (2) 子系统之间的耦合项满足 $\varphi(x_1, 0) = 0$, 则由 Lyapunov 逆定理

知^[11], 存在一个正定的函数 $W(x_1)$ 满足 $L_f W(x_1) < 0, \forall x_1 \neq 0$, 又在假设(2)下, φ 可以分解为 $\varphi(x_1, x_2) = \varphi(x_1, x_2)x_2$ ^[12]。对于这类系统, 可基于 W 递推构造 Lyapunov 函数, 令

$$V(x) = W(x_1) + \frac{1}{2}x_2^T x_2 \quad (9)$$

沿着闭环系统轨迹求 V 的微分, 并利用式(8)和式(9)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_1, x_2) &= \frac{\partial W}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \dot{x}_2^T x_2 \\ &= \frac{\partial W}{\partial x_1} f(x_1) + \\ & x_2 \left[\frac{\partial W}{\partial x_1} \varphi(x_1, x_2) + u \right] \end{aligned}$$

显然使 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ 成为闭环渐近稳定平衡点, 即 $V < 0, \forall x_1 \neq 0, \forall x_2 \neq 0$ 的控制律为

$$u = -\frac{\partial W}{\partial x_1} \varphi(x_1, x_2) - \xi_2 \quad (10)$$

另外, 上述方法还可以推广到非线性系统与多个积分器相串联的情况, 此时整个系统的 Lyapunov 函数有如下结构:

$$V(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p) = W(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \{ \xi_i - \alpha_i(x, \xi_1, \dots, \xi_i) \}^T \{ \xi_i - \alpha_i(x, \xi_1, \dots, \xi_i) \}$$

其中 α_i 是第 i 步设计的反馈控制律, 这个设计过程称为 Backstepping 法或 Lyapunov 递推设计^[13], Backstepping 法适用于具有下三角结构的系统, 而与之相对应的上三角结构用 Forwarding 法。而对于一般形式的非线性系统, 在满足一定的条件下, 通过微分同胚变化转化成具有三角结构的系统, 然后再进行递推设计, 此外 Backstepping 法还可以和状态反馈相结合应用于未建模动态的输入严格反馈的非线性系统, 使系统具有构造

性^[14]。

3.2 非线性 H_∞ 法的新进展

众所周知, 线性系统 H_∞ 控制中的 Riccati 方程或不等式是 Hamilton-Jacobi-Isacs (HJI) 的线性版本。如同 Riccati 方程在线性系统中所起的作用一样, HJI 不等式在非线性 H_∞ 控制中起核心作用, 而 HJI 的求解是解决此问题的关键。关于 HJI 解法有多种, 如能级法、粘性解法等, 但最有用的也许是能级法, Yazdanpanah 等^[15] 用 Lyapunov 技术证明了 Van der Schaft 的测想“即非线性反馈控制器总是导致比线性化控制器更大的有效域”, 并且发现有效域的估计与控制器的近似阶数成一定比例, 扰动衰减系数 γ 越大, HJI 不等式的有效域越大; 反之, γ 越小, HJI 不等式的有效域越小, 这就是能级法。该方法仅是一个粗糙的估计, 并非精确的变化关系。

为了给 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程建立严格的数学基础, 人们引进了粘性解的概念, 并把它应用到非线性最优控制中^[16], 最近又运用到 H_∞ 控制中。由现有理论可知, 当 HJI 没有光滑解时, 其粘性解可能还是存在的, 并且可以扩大解的有效范围。Soravia 从粘性解的角度研究了非线性 H_∞ 可解的充分和必要条件, 并证明了在输入集是紧的情形下充分条件就是必要条件^[17], 洪弈光等人给出了基于粘性解的近似逼近求法^[18]。除了上述两种方法, LU 等尝试用非线性矩阵来进行数值求解^[19], 是一个值得关注的方向。如果将鲁棒镇定中的构造存储函数的方法加以推广, 使其满足对应的耗散不等式, 在一定的条件下, 就可能不必通过解

HJI 不等式得到鲁棒 L_2 增益控制器^[20~21]。

3.3 相对阶和反馈线性化

随着非线性理论的发展, 人们试图把更多线性系统中成熟的理论拖延到非线性系统。相对阶近几年被引入非线性系统^[11], 在非线性系统中, 相对阶的意义在于它描述了系统非线性结构的本质。对于仿射的非线性系统, 可以利用相对阶概念将系统分解为线性和非线性两部分, 非线性部分不能观, 线性部分既能观又能控, 这样构成的系统是零动态子系统, 并证明了一维情况下, 如果零动态子系统全局渐近稳定, 那么整个系统可以用全局渐近整定。相对阶和反馈线性化相结合, 如文献[9]得到了很好地控制效果。

3.4 与智能化方法相结合的鲁棒控制

智能控制方法是控制理论发展的最高阶段, 而和智能方法相结合的鲁棒控制为非线性鲁棒控制开辟了一条新的途径。对于一类不确定的非线性系统, 当系统模型的估计参数和不确定界已知的情况下, 文献[22]讨论了变结构鲁棒控制器的设计问题。而在假设系统模型的估计参数为已知, 不确定界未知的情况下, 文献[23]提出了一种变结构鲁棒自适应算法, 但在实际中系统模型的估计参数和不确定界都是未知的, 文献[24]对这个问题, 利用模糊系统对不确定性函数进行逼近, 将获得的模糊系统函数作为系统不确定性界函数, 在此基础上提出了一种变结构模糊自适应鲁棒控制算法, 并在船舶减摇鳍非线性系统控制中得到成功应用。文献[25]用模糊 $T-S$ 模型

对一类不确定非线性系统建模, 文献[26~27]还用李雅普诺夫法证明了系统的稳定性和鲁棒性, 该方法具有不错的控制效果。

神经网络是控制强非线性的一种有效工具, 在许多情况下取得了很好的控制效果, 但是关于整个系统的稳定性、鲁棒性能还没有系统的方法加以保证, 为此文献[28]基于 Lyapunov 理论提出了保证系统稳定性的自适应神经网络控制方法, 虽然保证了系统的稳定性, 但是在假设误差有界且界是已知的条件下实现的, 遗憾的是许多实际问题中这个界并不可用。文献[29]将神经网络与 H_∞ 控制有机的结合, 把逼近误差看作时变的外部扰动加以消除, 设计鲁棒控制器, 并证明了闭环系统的稳定性。

智能化方法融入非线性鲁棒控制, 解决了很多鲁棒控制方法不能实际应用的问题, 为鲁棒控制的应用提供了一个广阔的空间。

4 结束语

本文回顾了非线性鲁棒控制的主要方法, 并介绍了一些新近的研究成果。虽然非线性鲁棒控制有了一些新的进展, 但是还存在许多尚待解决的问题, 如不确定性的界函数至少要求满足所谓的反馈结构和文献[30]提到的 H_∞ 控制指标的设定和权函数的选取, 以及 H_∞ 控制的模型降阶等问题。另外, 所得到的控制器一般结构复杂, 且增益较高, 因此控制器的简化、基于输出反馈的控制以及在输入限幅的条件如何设计控制器等, 也都是具有一定意义的研究课题。

参考文献:

- [1] BALL J, HELTON M L. Optimal control for nonlinear plants connection with differential games[A]. In **Proc 28th Conf Decision and Control[C]**, Tampa, FL, 1989. 956962—956966.
- [2] VAN DER SCHAFT A J. L_2 -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback control[J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1992, 37(6): 770—784.
- [3] VAN DER SCHAFT A J. On a state space approach to nonlinear H_∞ control[J]. **Syst and Contr Lett**, 1991, 16(1): 1—8.
- [4] ISIDORI A, AATOLFI A. disturbance attention and H_∞ control via measurement feedback in nonlinear systems[J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1992, 37(9): 1283—1293.
- [5] SIDORI A. H_∞ control measurement feedback for affine nonlinear systems[J]. **Int J Rob and Nonl Contr**, 1994, 4(4): 553—574.
- [6] 吴敏, 桂卫华. 现代鲁棒控制[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 1998.
- [7] 朱军, 黎阳生, 王银河, 等. 一类时滞不确定非线性系统的鲁棒控制器设计[J]. 信息与控制, 2000, 29(5): 437—440.
- [8] 宁海春, 郎力, 赵长安, 等. 一类不确定非线性控制器设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2000, 32(6): 122—124.
- [9] 杨益生, 马加法. 一类不确定非线性系统的鲁棒控制[J]. 大连海事大学学报, 2001, 27(2): 58—62.
- [10] 李琳琳, 赵长安, 杨国军. 一类不匹配不确定非线性系统的鲁棒控制[J]. 湖南大学学报, 2001, 28(2): 72—77.
- [11] ISIDORI A. Nonlinear control systems[M]. Third Edition London: Springer, 1995.
- [12] LIN W, SHEN T. Robust passivity and feedback design for minimum-phase nonlinear systems with structural uncertainty[J]. **Automatic**, 1999, 35(1): 35—48.
- [13] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995.
- [14] 周绍生, 费树岷, 冯纯伯. 不确定严格反馈非线性系统的鲁棒控制[J]. 信息与控制, 2000, 29(3): 193—197.
- [15] YAZDANPANAH M J, KHORASANI K, PATEL R V. On the estimate of the domain of validity of nonlinear H_∞ control[J]. **Int J Contr**, 1999, 72(12): 1097—1105.
- [16] LIONS P L, SOUGANIDIS P E. Differential games optimal control and directional derivatives of viscosity solutions of Bellman's and Issac's equations[J]. **SIAMJ Contr Optim**, 1985, 23(2): 566—583.
- [17] SORAVIA P. H_∞ control of nonlinear systems: Differential games and viscosity solutions[J]. **SIAMJ Contr Optim**, 1996, 34(3): 1071—1097.
- [18] 洪弈光, 梅生伟, 秦化淑, 等. 非线性控制的粘性解及近似逼近分析[J]. 自动化学报, 1998, 24(4): 447—453.
- [19] LU WEIMIN, JOHN G DOYLE. H_∞ control of nonlinear systems: a conver characterization[J]. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1995, 40(9): 1668—1675.
- [20] XIE L, SU W. Robust-gain control for a class of uncertain cascaded nonlinear systems[A]. **Proceeding of 4th International Conference on Control Automation[C]**. Singapore: Robotics Vision, 1996. 1244—1247.
- [21] SHEN T, XIE L, TAMURA K. Robust control for nonlinear systems with gain bounded uncertainty[J]. **IEEE Trans AC**, 1998, 3(1): 314—323.
- [22] WANG L X. A course in fuzzy systems and control[R]. Prentice-hall International Inc, 1997.
- [23] 杨益生, 贾欣乐. 一类不确定非线性系统的变结构鲁棒控制[J]. 控制理论与决策, 1998, 13(6): 690—693.
- [24] 杨益生, 贾欣乐. 不确定非线性系统变结构模糊自适应鲁棒控制[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(7): 58—62.
- [25] 佟绍成, 田晓耕, 周军. 一类非线性系统的模糊鲁棒控制及稳定性分析[J]. 辽宁工程学院学报, 2000, 20(5): 1—4.
- [26] TANANKA K, IKEDA T, WANG H O. Robust stabilization of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability control theory and linear matrix inequalities[J]. **IEEE Trans. On fuzzy Systems**, 1996, 4(1): 1—13.
- [27] GAO SHU GUANG, NEVILLE W. Rees and gang feng, Analysis and design of fuzzy systems using dynamic fuzzy-state space models[J]. **IEEE Trans. On Fuzzy Systems**, 1999, 2(7): 192—200.
- [28] LEWIA F L, YESIDIREK A, LIU K. Neural net robot controller with guaranteed tracking performance[J]. **IEEE trans Neural Network**, 1995, 6(3): 703—715.
- [29] 朱瑞军, 柴天佑, 伏静丹. 基于神经网络的不确定非线性系统的鲁棒控制[J]. 控制与决策, 1999, 14(1): 73—76.
- [30] 张显库, 贾欣乐, 王兴成, 等. H_∞ 鲁棒控制理论发展的十年回顾[J]. 控制与决策, 1999, 14(4): 289—353.

(何静芳 编辑)

· 书 讯 ·

《工业锅炉市场》

工业锅炉是我国主要的热能动力设备, 中国是当今世界燃煤工业锅炉生产和使用得最多的国家。虽然工业锅炉并不属于高精尖产品, 但却是一种量大面广的重要产品。《工业锅炉市场》是由机械工业信息研究院组织专家撰写的《中国机电产品市场报告系列》之一, 本报告从工业锅炉现状、行业经济结构、产品分析、市场容量、用户需求、行业发展趋势等六大方面详细阐述了我国工业锅炉的市场状况。

《工业锅炉市场》共有 28 页, 2 万 5 千字, 定价 100.00 元。有需要者请与本编辑部联系。

非线性鲁棒控制方法的新进展 = **New Developments in Robust Control Methods for Nonlinear Systems** [刊, 汉] / LI Da-zhong, WANG Xiao-hui, ZHANG Ai-ping (Power Engineering Department, North China Electric Power University, Baoding, China, Post Code: 071003) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18 (3). — 220 ~ 223

Main methods of nonlinear robust control are described. In the light of various types of uncertainty specific to controlled objects of a nonlinear system the authors have expounded recent advances in nonlinear robust control methods, such as an improved version of Lyapunov and H^∞ method as well as an innovative method involving a combination of the above improved version with an intellectualized method. On this basis some new research results in the above area of study are analyzed. **Key words:** nonlinearity, robust control, uncertainty, intellectualized method

四角切圆空气分级燃烧技术及应用 = **Graded Air Feeding-based Tangential Corner Firing Technology and Its Applications** [刊, 汉] / ZHANG Hui-juan, SONG Hong-peng, HUI Shi-en (Institute of Energy & Power Engineering under the Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China, Post Code: 710049) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18 (3). — 224 ~ 228

The theory and technology of tangential corner firing with graded air feeding are described, and axial and radial air feeding-based combustion processes separately explained. The technical merits and demerits of these two processes are discussed. On the basis of investigating copious relevant literature available in China the authors give a comprehensive account of the current situation about the use of the above-cited technology at Chinese power plants. **Key words:** pulverized coal-fired boiler, graded firing, NO emissions reduction

卧式热交换式方形分离器分离性能的试验研究 = **Experimental Study of the Separation Performance of a Square Separator Assuming a Horizontal Heat Exchange Mode** [刊, 汉] / WANG Dong, CHENG Le-ming, ZHOU Qiang, et al (Thermal Engineering Institute under the Zhejiang University, Hangzhou, China, Post Code: 310027) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18 (3). — 229 ~ 233

An experimental study was conducted of the separation efficiency and separator resistance of a horizontal heat exchange mode-based square separator under different air speeds and inlet concentrations. The influence of operating conditions on separation performance was analyzed. To achieve an optimized design, the authors have carried out optimization tests with respect to various construction schemes. The test results indicate that a separator incorporating an exhaust pipe with a diameter and insertion length equal respectively to 1/3 and 1/15 of separation characteristic size will offer high efficiency and low resistance, etc. For solid particles with a diameter greater than $100\mu\text{m}$ the separation efficiency will be in excess of 90% and the resistance less than 1.5 kpa. **Key words:** separator, square separator, horizontal separator

热力系统综合评价模型研究 = **The investigation of a Comprehensive Evaluation Model for a Thermodynamic System** [刊, 汉] / LIU Wei-hua, ANG Hai-song (College of Aerospace Engineering under the Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, China, Post Code: 210016) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18 (3). — 233 ~ 236

A comprehensive evaluation model is proposed. By using a stratified evaluation system the requirements of social environment on various aspects of a thermodynamic system are assumed to be the first layer of an evaluation model, while specific evaluation indexes are taken as the second layer of the model. With the use of a fuzzy comprehensive evaluation method the factors of the two layers were joined together. The results of evaluation may be reflected through the magnitude of subordination degree of fuzzy operations. The feasibility and rationality of the model has been substantiated by its use on some specific cases. **Key words:** thermodynamic system, comprehensive evaluation, model, economy, environment,