

非对称渐开线直齿轮齿廓设计与有限元分析

蒋立冬, 常 山, 石玉权, 况季孙

(哈尔滨·第七〇三研究所, 黑龙江 哈尔滨 150036)

摘 要: 非对称渐开线直齿轮的两侧齿廓具有不同的压力角, 合理的齿廓设计可以达到增加齿轮承载能力、降低噪声和振动的效果。文中推导出了非对称渐开线直齿轮的齿廓方程, 编制了相应的计算机程序并给出了计算实例, 建立三维实体模型, 进行了有限元分析, 新型齿轮的弯曲强度明显提高。

关 键 词: 非对称渐开线直齿轮; 齿廓设计; 有限元分析

中图分类号: TH132.41 文献标识码: A

1 前 言

非对称渐开线齿轮是一种新型齿轮。传统的齿廓设计都是从有唯一的压力角, 即只有一个基圆出发进行设计, 而非对称渐开线齿廓两侧有着不同的压力角, 这种非对称齿廓是由两个不同半径的基圆生成的。因此, 其齿廓是由两个大小不同的基圆生成两段渐开线、齿顶圆和过渡曲线组成的。

对于非对称齿廓的研究, 国际上始于 20 世纪 70 年代。文献 [1] 提到了非对称齿廓的齿轮传动, 并且给出了刀具齿廓的形式。1997 年, G. Di Francesco 和 S. Marini 对非对称齿轮进行了结构分析, 并初步描述了模数、压力角与齿轮重量之间的关系^[2~3]。2000 年, 美国学者 Kapelevich 提出了一种非对称渐开线直齿轮的设计方法, 并用数值例子加以说明^[4]。国内的研究始于 20 世纪 80 年代。1984 年, 孙庆华对非对称渐开线外啮合齿轮泵用齿轮的某些设计和计算要点做了分析^[5]; 1988 年, 张延森设计了非对称齿廓齿轮滚刀^[6]。进入 20 世纪 90 年代, 有很多人研究了非对称渐开线齿轮, 并且对其几何参数进行了探讨, 但他们只停留在对渐开线部分的研究, 没有对齿轮的整个齿廓进行详细的设计^[7~9]。

本文应用齿轮啮合原理^[10], 对非对称渐开线直

齿轮的齿廓进行了详细的推导, 给出了此种齿轮的齿廓方程, 并且应用 C 语言编制了生成齿廓的计算机程序, 建立三维实体模型, 进行了有限元分析。

2 啮合理论分析

2.1 坐标系及运动

为推导非对称渐开线直齿轮的齿廓方程, 建立了三个右手直角坐标系(如图 1 所示): 一个固定坐标系, 二个动坐标系。动坐标系 $S_n(O_n X_n Y_n Z_n)$ 、 $S_1(O_1 X_1 Y_1 Z_1)$ 分别与齿条和齿轮相固连; 固定坐标系 $S(OXYZ)$ 建立在机架上, 其原点 O 在节点 P 上, X 轴与齿条的移动方向平行; 在初始位置时三个坐标系的 Y 轴彼此重合。

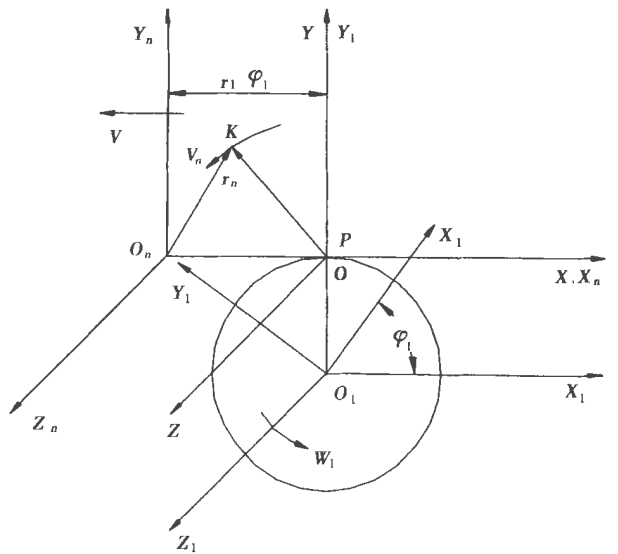


图 1 坐标系

收稿日期: 2002-11-01; 修订日期: 2003-01-13

作者简介: 蒋立冬(1976-), 男, 黑龙江萝北人, 哈尔滨·第七〇三研究所硕士研究生。

2.2 刀具齿形方程

用齿条型刀具加工齿轮, 相当于齿条与齿轮的啮合。在加工过程中, 刀具的加工节线与齿轮的加工节圆相切纯滚动。显然, 刀具圆角将描述出延伸渐开线, 于是, 可得到齿轮的过渡曲线是延伸渐开线的等距曲线。非对称渐开线直齿轮齿面是齿条刀具齿面在相对运动中的包络, 要推导出非对称渐开线直齿轮的齿面方程, 必须先建立齿条刀具的齿面方程, 图 2 为齿条刀具的端面齿廓及其端面坐标系 $S_n(O_n - X_n Y_n)$ 。齿条刀具的齿廓由齿根圆弧 AB 和直线 BC 组成, 半径为 R_f 的齿根圆弧 AB 与直线 BC 相切于 B 点。直线 BC 包络出非对称渐开线直齿轮的渐开线齿廓, 圆弧 AB 包络出非对称渐开线直齿轮的齿根过渡曲线。

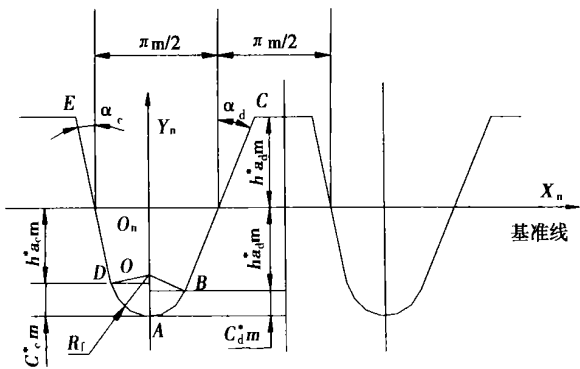


图 2 齿轮刀具的端面齿廓与其端面坐标系

图 2 中: α_c 、 α_d 为齿廓两侧的齿形角; h_{ac}^* 、 h_{ad}^* 为齿廓两侧的齿顶高系数; c_c^* 、 c_d^* 为齿廓两侧的顶隙系数; R_f 为齿根过渡圆弧半径。

由图 2 的几何关系可得:

$$R_f = \frac{(\tan \alpha_c + \tan \alpha_d)(h_{ad}^* m + c_d^* m) - \pi m / 2}{\tan \alpha_c + \tan \alpha_d - 1 / \cos \alpha_c - 1 / \cos \alpha_d} \quad (1)$$

齿条刀具的右侧齿廓方程如下(设 M 为齿条刀具齿廓上任一动点, 齿廓方程中的 v 为变量):

(1) 直线段 BC 齿廓方程 ($BM = v$):

$$\begin{cases} x_n = v \sin \alpha_d + R_f \cos \alpha_d \\ y_n = v \cos \alpha_d - h_{ad} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $v \in \left[0, \frac{2h_{ad}^* m}{\cos \alpha_d} \right]$

(2) 齿根过渡圆弧段 AB 齿廓方程 ($\angle AOM = v$):

$$\begin{cases} x_n = R_f \sin v \\ y_n = -R_f (\cos v - \sin \alpha_d) - h_{ad} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $v \in \left[0, \frac{\pi}{2} - \alpha_d \right]$

同理可得齿条刀具左侧的各段齿廓方程。

齿条刀具 Σ_R 齿廓的切矢 t 在 S_n 中表示如下:

$$t = \frac{dx_n}{dv} i_n + \frac{dy_n}{dv} j_n \quad (4)$$

在此点处的单位法矢 n_n 在 S_n 中为

$$n_n = \frac{t \times k_n}{|t \times k_n|} \quad (5)$$

式中: $k_n = [0 \ 0 \ 1]$ 。

齿条刀具 BC 段齿廓的单位法矢:

$$n_n = \begin{bmatrix} \cos \alpha_d \\ -\sin \alpha_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

同理可得齿条刀具 AB 、 DE 、 AD 段齿廓的单位法矢。

2.3 啮合方程

根据齿轮啮合基本原理, 齿廓上任意一点 k 成为啮合点的条件是该点的相对运动速度矢量应位于过该点的两齿廓的公切线方向^[10]。因此, 齿廓上某一点成为啮合点的条件为:

$$\varphi = n_n \cdot v_n = 0 \quad (7)$$

式中: n_n — 接触点的单位公法矢; v_n — 相对运动速度矢量。

在坐标系 S_n 中, k 点的矢径为:

$$r_n = x_n i_n + y_n j_n \quad (8)$$

当齿条运动时, 齿轮绕瞬时回转轴作相对转动 ω , 其角速度矢量方向为 Z_n 轴的反方向:

$$\omega = -\omega k_n \quad (9)$$

$$PK = PO_n + r_n = (x_n - r_1 \varphi_1) i_n + y_n j_n + z_n k_n \quad (10)$$

在 k 点处, 齿轮相对齿条刀具的速度矢量:

$$v_n = \omega \times PK$$

将式(9)和式(10)代入式(11)得:

$$v_n = \omega [y_n i_n + (r_1 \varphi_1 - x_n) j_n] \quad (12)$$

将齿条刀具 Σ_R 的各段单位法矢分别代入式(7)得 Σ_R 与齿轮的啮合方程。

2.4 共轭齿面方程

S_1 与 S_n 坐标系之间的转换关系为:

$$R_1 = M_{1n} R_n \quad (13)$$

式中:

$$M_{1n} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & r_1(\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_1) \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & r_1(\cos \varphi_1 + \varphi_1 \sin \varphi_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

将齿条刀具的齿廓方程和啮合方程代入式(13)得到齿轮齿廓通用方程:

$$\begin{cases} x_1 = (x_n - r_1 \varphi_1) \cos \varphi_1 + (r_1 + y_n) \sin \varphi_1 \\ y_1 = -(x_n - r_1 \varphi_1) \sin \varphi_1 + (r_1 + y_n) \cos \varphi_1 \end{cases} \quad (14)$$

3 计算实例

根据第 2 部分理论推导得到非对称渐开线直齿轮两侧的齿廓方程后,用 C 语言编制了生成齿廓的程序。该计算机程序将基本参数 α_c 、 α_d 、模数 m 、 h_{ac}^* 、 h_{ad}^* 、 c_c^* 、 c_d^* 、齿数 z 存放在一个数据文件中,便于修改,以生成不同的齿廓。以表 1 中的齿轮和刀具数据作为程序的输入参数值,计算机生成的非对称渐开线直齿轮如图 3 所示。

表 1 齿轮和刀具参数

从动压力角 α_c	主动压力角 α_d	模数 m/mm	从动齿顶高系数 h_{ac}^*	主动齿顶高系数 h_{ad}^*	从动顶隙系数 c_c^*	主动顶隙系数 c_d^*	齿数 z
15°	30°	3	0.9	1.0	0.3	0.2	36

4 三维建模与有限元分析

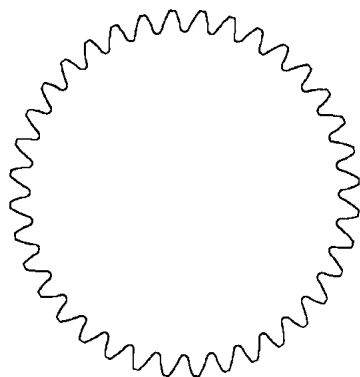


图 3 计算机生成的非对称渐开线直齿轮

对上述实例建立了单齿和三齿的三维实体模型如图 4 所示,基本参数如表 1 所示。同时也建立了对称直齿轮三维实体模型,其几何参数如表 2 所示,齿轮材料特性如表 3 所示。对于实体轮齿,离齿根的深度达 1.5m(m 为模数)处基本上不再受影响,认为该处的实际位移为零;两侧齿间中点处的位移很小,不会超过载荷作用点最大位移的 3.5%,也认为该处的实际位移为零^[1]。所以,认为边界上节点在 x 、 y 、 z 方向的位移均为零,即把这些节点作为固定铰支点。所施加的

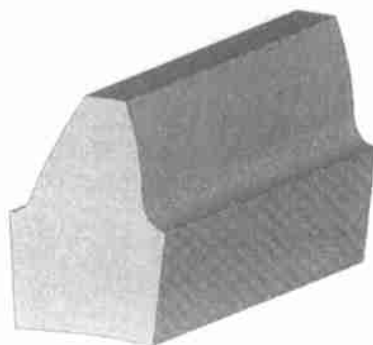
载荷为齿宽 b 方向上的法向载荷: $F/b = 500$ N/mm,作用于齿顶。应用 ANSYS 分析软件对建立的两种齿轮模型进行了有限元计算,其中非对称齿轮的应力分布如图 5 所示。

表 2 对称渐开线直齿轮的几何参数

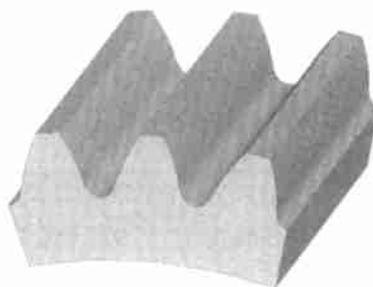
齿轮号数	压力角 $\alpha/(\text{°})$	模数 m/mm	齿顶高系数 h_a^*	顶隙系数 c^*	齿数 z
1	15	3	1.0	0.2	36
2	20	3	1.0	0.2	36
3	25	3	1.0	0.2	36
4	30	3	1.0	0.2	36

表 3 齿轮材料特性

弹性模量/MPa	泊松比	密度/ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
20.6×10^4	0.3	7800



(a) 单齿



(b) 三齿

图 4 非对称渐开线直齿轮的三维模型

根据 Von Mises 等效原则,得出的非对称与对称渐开线直齿轮单齿所受的最大齿根弯曲拉、压应力如表 4 和表 5 所示。

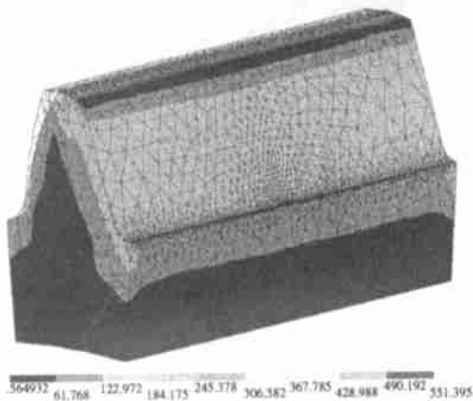
从表 4 和表 5 中可以看出,压应力值总是大于拉应力值;对于拉应力值来说,在非对称齿轮较大压力角侧受载时下降较明显;而对于压应力值来说,在非对称齿轮较小压力角侧受载时下降较明显,但是就从提高齿轮弯曲强度和防止疲劳裂纹方面考虑,应该以较大压力角侧作为主动边。

表 4 非对称与对称渐开线直齿轮单齿的最大齿根弯曲拉

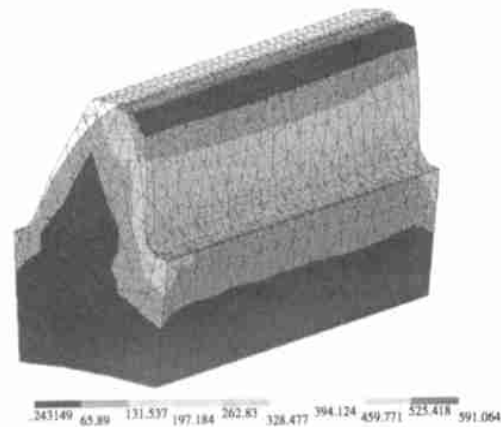
应力		(MPa)			
非对称齿轮 15°侧加载	非对称齿轮 30°侧加载	$\alpha=15^\circ$	$\alpha=20^\circ$	$\alpha=25^\circ$	$\alpha=30^\circ$
224.388	197.082	298.672	250.587	219.532	198.003

表 5 非对称与对称渐开线直齿轮单齿的最大齿根弯曲压

应力		(MPa)			
非对称齿轮 15°侧加载	非对称齿轮 30°侧加载	$\alpha=15^\circ$	$\alpha=20^\circ$	$\alpha=25^\circ$	$\alpha=30^\circ$
234.929	296.911	340.336	296.625	266.061	253.558



(a) 在15°侧加载



(b) 在30°侧加载

图 5 非对称渐开线直齿轮单齿的应力分布

5 结论

对非对称渐开线齿轮进行了啮合理论分析, 推导出该种齿轮两侧齿面的通用方程, 而且建立了此种齿轮的三维实体模型并进行了有限元分析, 得出此种新型齿轮的弯曲强度明显提高的结论, 为进一步分析非对称渐开线齿轮传动的强度、振动及齿廓参数的优化设计提供了必要的理论依据。

参考文献:

- [1] 吴继泽, 王 统. 齿根过渡曲线与齿根应力[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- [2] DI FRANCESCO G, MARINI S. Structural analysis of asymmetrical teeth reduction of size and weight[J]. *Gear Technology*, 1997, 14 (5): 47—51.
- [3] DI FRANCESCO G, MARINI S. Structural analysis of teeth with asymmetrical profiles[J]. *Gear Technology*, 1997, 14(6): 16—22.
- [4] ALEXANDER KAPELEVICH. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2000, 35: 117—130.
- [5] 孙庆华. 非对称渐开线外啮合齿轮泵的计算和分析[J]. *齿轮*, 1984, 8(2): 30—33, 42.
- [6] 张延森. 非对称齿形滚刀的设计[J]. *工具设计*, 1988(8): 12—14.
- [7] 褚世华, 夏立中. 特殊齿形齿轮泵的分析[J]. *煤炭科技资料*, 1992(1): 40—43.
- [8] 褚世华. 一种新型非对称齿形的齿轮泵[J]. *化工矿山技术*, 1994, 23(6): 37—39.
- [9] 夏立中. 非对称渐开线多齿轮泵的理论分析[J]. *东北煤炭技术*, 1997, 1(2): 22—26.
- [10] 傅则绍. 微分几何与齿轮啮合原理[M]. 东营: 石油大学出版社, 1999.
- [11] 许贤泽. 齿轮弯曲强度的有限元分析法[J]. *武测科技*, 1996 (4): 25—28.

(辉 编辑)

节约能源 利国利民

增湿活化脱硫反应器内流动、蒸发与碰撞过程数值计算 = **Numerical Calculation of the Process of Flows, Evaporation and Collision in a Desulfurization Reactor Activated through Humidification** [刊, 汉] / WU Shu-zhi, ZHAO Chang-sui, DUAN Yu-feng, et al (Education Ministry Key Laboratory on Clean Coal Power Generation and Combustion Technology under the Southeastern University, Nanjing, China, Post Code: 210096) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18(5). — 471 ~ 474

Model study methods and numerical calculation results are described of the process in an activated (through spray water humidification) desulfurization reactor concerning the following: gas phase flows, water drop motion and evaporation, collision of water drops with particles of desulfurizing agents, as well as serous drops formed after the collision. The numerical simulation of a gas-phase turbulent flow model was conducted by the use of a $k-\epsilon$ dual-equation model. Water-drop motion and evaporation model was respectively simulated with the use of a random trajectory model and a water-drop evaporation model after a Ranz-Mashall modification. The collision between water drops and particles of desulfurizing agent was simulated by way of an inertia sedimentation model. The results of the numerical calculation indicate that the gas-phase velocity field in the activated reactor has evolved to a fully developed zone of turbulent flows. The atomized water drops injected into the reactor and the serous drops formed have completely evaporated within a short distance. The capture of desulfurizing agents mainly occurred in a section not far behind the location where water drops have been injected, followed by a drastic reduction of the capture efficiency. **Key words:** desulfurization, numerical simulation, evaporation, collision

介质特性对介质阻挡放电脱除 NO 影响试验研究 = **Experimental Research on the Impact of Dielectric Characteristics on NO Removal by a Dielectric-barrier Discharge** [刊, 汉] / YU Gang, GU Fan, XU Yi-qian, et al (Education Ministry Key Laboratory on Clean Coal Power Generation and Combustion Technology under the Southeastern University, Nanjing, China, Post Code: 210096) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18(5). — 475 ~ 477

The impact of dielectric characteristics on NO removal is studied under the presence of dielectric-barrier discharge plasma. First, a NO removal test system with the use of the dielectric-barrier discharge plasma was set up. An experimental study was conducted of the NO removal efficiency by using various dielectrics, such as Al_2O_3 , CaO, MgO and glass, etc. Then, a theoretical analysis was performed of the mechanism of such an impact. The results of experiment and theoretical analyses indicate that the electric field intensity of gas discharge formed by various barrier dielectrics are different with the energy provided to activated particles also being different. This results in a different influence on the NO removal rate. **Key words:** NO, dielectric-barrier discharge, dielectric constant, plasma

非对称渐开线直齿轮齿廓设计与有限元分析 = **Tooth Profile Design for and Finite Element Analysis of Asymmetrical Involute Spur Gears** [刊, 汉] / JIANG Li-dong, CHANG Shan, SHI Yu-quan, et al (Harbin No. 703 Research Institute, Harbin, China, Post Code: 150036) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18(5). — 478 ~ 481

Asymmetrical involute spur gears have different pressure angles on the drive side and coast side. A rational design of the tooth profile of such gears can lead to an increase in gear load capacity, a reduction in noise and vibration levels and a significant enhancement in bending strength. The authors have developed tooth-profile equations for the above-mentioned spur gears and relevant computer programs with calculation examples being given. In addition, a three-dimensional solid model of the spur gears was set up and a finite element analysis of the latter performed. **Key words:** asymmetrical involute spur gear, tooth profile design, finite element analysis

闭式内可逆中冷回热布雷顿循环的功率优化 = **Power Optimization of a Closed Brayton Cycle with Endo-reversible Intercooling and Regenerative Heating** [刊, 汉] / WANG Wen-hua, CHEN Lin-gen, SUN Feng-rui (Department of Nuclear Energy Science and Engineering, Naval Engineering University, Wuhan, China, Post Code: 430033) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2003, 18(5). — 482 ~ 485