

叶片可靠性预测的非线性振荡低网格边界元法

杨 健

(浙江大学 化工机械研究所, 浙江 杭州 310027)

摘 要: 为了预测叶轮机械叶片的流体激振可靠性, 基于非线性流体激振理论, 建立流体结构耦合分析的边界积分方程直接求解格式, 采用等效均值和离差的线性化处理来估算可靠度指标, 提出了叶片可靠性分析的非线性振荡低网格边界元法。数值计算结果显示, 该方法能快速、有效地预测叶片结构的工作性能, 可应用于新型叶轮机械的优化概率设计。

关 键 词: 旋转机械; 叶片; 可靠性预测; 边界元法

中图分类号: O347.6 TK268 文献标识码: A

1 引 言

运行中的叶轮机械高速涡轮叶片时刻承受强烈的流体冲击, 其工作可靠性直接影响叶轮机械的整机性能和运行安全。特别是汽轮机组在小流量条件下, 会产生强烈的旋涡失速流, 激发工作叶片自激共振, 对汽轮机组的运行安全具有潜在威胁。而当叶轮机械的静叶出口存在任何不均匀来流时, 又会对叶片本身产生流动激振力, 直接影响叶片的工作寿命^[1]。因此, 流体激振研究对叶轮机械具有特别重要的意义, 对高速涡轮的工作叶片进行振动可靠性评价更加具有重大的实际意义^[2]。

关于流体激振问题, 清华大学等经过长期深入的研究, 已建立了比较全面的工程分析体系。其从确定振荡流场及振荡流体力学原理和快速求解复杂流动的参数多项式法等方面, 确立了振荡流场安全性综合性评价方法, 主要是实现了复杂振荡流场的数值求解和提出用激振能量来给出安全性评判准则。在其研究基础上, 作为 2003 年浙江省自然科学基金项目和 2000 年国家自然科学基金项目的主要研究之一, 我们进一步研究发现, 流体激振与结构是流固耦合作用问题^[3]。在获得了复杂振荡流场解析后, 将其作为结构分析的振荡边界条件和振荡力分布引入强度分析中, 通过结构动力建模和对结构强

度分析数值方程进行改造, 可以直接对结构进行安全性评估, 从而实现对叶片等受流体激振机械结构的振动可靠性预测。特别是随着有限元和边界元技术的成熟, 寻求其在非线性问题和流体振动力学中的应用正是目前的研究焦点^[4]。

本文研究在流体激振理论上, 直接引入非线性流体激振条件, 通过建立流体结构耦合分析的边界积分方程及低网格求解格式, 采用等效均值和离差的线性化处理进行可靠度指标计算, 提出了叶片可靠性分析的非线性振荡低网格边界元法, 尝试对透平膨胀机闭式叶轮的叶片进行振动可靠性预测。当然, 目前的结果和结构都是初浅的, 但与实验和经验还比较吻合。该方法可直接对结构模型进行建模求解, 对于不同类型的结构模型只要选择相应的求解模块, 就可以构成通用的非线性流体振荡结构评定方法, 因而具有很好的工程应用背景。而且, 低网格边界元法的提出, 可以使得积分只在节点附近进行, 容易满足流体振荡基本边界条件, 在流体激振等非线性流体动力学问题上具有潜在的研究价值, 目前国内尚无与流体相关的研究报道。

2 叶片的流体振荡模型

根据振荡流体力学理论, 各种复杂的流体振荡可分解为由若干个简谐振荡叠加而成。对于微幅振荡条件下的振荡流场, 其非定常流动参数为:

$$q(x, y, z, t) = \bar{q}(x, y, z, t) + q'(x, y, z, t) \quad (1)$$

式中: $q(x, y, z, t)$ 表示为速度 v 、压强 p 和密度 ρ 等, (x, y, z) 为坐标, t 为时间, $\bar{q}(x, y, z, t)$ 为定常流动参数。采用 $q(x, y, z) e^{i\omega t}$ 表示简谐振荡量, ω 为振荡频率, 那么:

收稿日期: 2003-06-11; 修订日期: 2003-08-29

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目(502092); 国家自然科学基金资助项目(19972062)

作者简介: 杨 健(1968-) 男, 浙江杭州人, 浙江大学副教授, 硕士研究生导师, 博士

$$q(x, y, z, t) = \bar{q}(x, y, z, t) + q(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (2)$$

叠加后,任一复杂振荡均可表示为:

$$q(x, y, z, t) = \bar{q}(x, y, z, t) + \sum_{j=1}^m q_j e^{i\omega_j t} \quad (3)$$

将其代入流体力学的连续方程、动量方程和能量方程等就构成了流体激振非线性流场振荡方程组,根据流动介质可否压缩或有无粘性等条件,并代入初值条件和边界条件,采用文献[1]的数值方法,可以求解激振条件下的流场力和流场特征参数。

进一步考虑流体与结构耦合作用,将研究角度切换到结构强度分析,那么,对于激振流场计算得到的压力、剪切力、流速和温度等多个振荡参数,可统一表示成作用变量 $x_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 的集合 X , 其中,任一参数表示为 $x_j \in \{X\}$ 。而承受流体激振的响应可以表示成变量 $y_k (k = 1, 2, \dots, m)$ 的集合 Y , 其中,任一分量为 $y_k \in \{Y\}$ 。这样变换后,振荡应力可表示成 $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 相应的振荡变形为 $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。为了求解结构的流体振荡影响,将 Y_k 在 X_i 的定常均值处作泰勒展开,忽略二阶以上高阶小量,得:

$$Y_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = Y_k(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \sum_{k=1}^n (X_i - \bar{X}_i) \left(\frac{\partial Y_k}{\partial X_i} \right) \quad (4)$$

式中:右边第一项为 Y_k 的等效均值,亦可以表示成 \bar{Y}_k , 第二项为波动量,能反映流体振荡作用,可以简写成 ΔY_k , 则:

$$Y_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{Y}_k(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + \Delta Y_k(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n) \quad (5)$$

3 非线性振荡边界积分方程及低网格求解

根据动力学边界元理论^[5],可以推导出如下形式的边界积分方程:

$$\int_{\Gamma} \left(\frac{\partial \mu}{\partial n} \mu^* \right) d\Gamma + \int_{\Omega} \frac{1}{C} (B \mu^* + \bar{\mu} v^* + \bar{v} \mu^*) d\Omega = \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial \mu}{\partial n} \mu \right) d\Gamma + \int_{\Omega} \frac{1}{C} (B^* \mu + \bar{\mu}^* v + \bar{v}^* \mu) d\Omega \quad (6)$$

式中: C 为压强 P 和密度 ρ 的转换表示, B 为与激振频率 ω 有关的项。上角标带 $*$ 的项为基本解。 v 为与初值有关的项, Γ 为结构边界, Ω 为域。通过引入边

界条件,进行边界单元离散后,式(6)可以用数值方法来求解。为满足非线性流体振荡基本边界条件,这里构造低网格边界元格式来求解式(6),即将式(6)的全局边界积分方程应用于节点附近的局域内,代入局域内的边界条件,转变成子域边界积分方程,这样就有利于降低网格划分和单元离散要求,实现低网格处理。通过子域划分模型,设定伴随解 μ' 在子域 Ω_s 上满足激振方程,在子域边界 $\partial\Omega_s$ 上等于基本解 μ^* ;那么,由 μ^* 和 μ' 构成的试函数 $\mu^{**} = \mu^* - \mu'$ 满足子域 Ω_s 上的基本解方程,在子域的边界 $\partial\Omega_s$ 等于零;再代入式(6),就得到子域边界积分方程。限于篇幅,详细的推导参看后续的研究论文。最终,经改造得到的离散数值方程组为:

$$[A_i] \{ \hat{q} \} = [F_i] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式中: $[A_i]$ 是系数矩阵, $[F_i]$ 是激振力与体积力的综合项, $\{ \hat{q} \}$ 为待求的边界作用项。这与常规的求解不同,代入式(5)后,矩阵 $[A_i]$ 、 $[F_i]$ 和向量 $\{ \hat{q} \}$ 应分别对应为:

$$A_i = \bar{A}_i + \Delta A_i, \text{ 其中 } \Delta A_i = \sum_{k=1}^n \frac{\partial A_k}{\partial X_i} (X_i - \bar{X}_i) \quad (8a)$$

$$F_i = \bar{F}_i + \Delta F_i, \text{ 其中 } \Delta F_i = \sum_{k=1}^n \frac{\partial F_k}{\partial X_i} (X_i - \bar{X}_i) \quad (8b)$$

$$\hat{q} = \bar{\hat{q}} + \Delta \hat{q}, \text{ 其中 } \Delta \hat{q} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial \hat{q}_k}{\partial X_i} (X_i - \bar{X}_i) \quad (8c)$$

式中: \bar{A}_i 、 \bar{F}_i 和向量 $\bar{\hat{q}}$ 分别为等效的定常均值, ΔA_i 、 ΔF_i 和向量 $\Delta \hat{q}$ 分别为振荡引起的波动值。

代入式(7)后,按变量作一阶摄动展开,可以分别得到均值和波动值方程:

$$[\bar{A}_i] \{ \bar{\hat{q}} \} = [\bar{F}_i] \quad (9a)$$

$$[\bar{A}_i] \{ \Delta \hat{q} \} = [\Delta F_i] - [\Delta A_i] \{ \bar{\hat{q}} \} \quad (9b)$$

通过式(9a)可以求得向量 $\{ \bar{\hat{q}} \}$, 再代入式(9b)可以求得向量 $\{ \Delta \hat{q} \}$ 。同样,对于结构内点,存在内点受激振作用的均值及波动值方程组:

$$\{ \bar{\mu}_i^* \} = [\bar{H}_i] \{ \bar{P}_j \} - [\bar{G}_i] \{ \bar{\mu}_j \} \quad (10a)$$

$$\{ \Delta \mu_i^* \} = [\bar{H}_i] \{ \Delta P_j \} + [\Delta H_i] \{ \bar{P} \} - [\bar{G}_i] \{ \Delta \mu_j \} - [\Delta G_i] \{ \bar{\mu}_j \} \quad (10b)$$

$$\{ \bar{\sigma}_i^* \} = [\bar{D}_i] \{ \bar{P}_j \} - [\bar{S}_i] \{ \bar{\mu}_j \} \quad (11a)$$

$$\{ \Delta \sigma_i^* \} = [\bar{H}_i] \{ \Delta P_j \} + [\Delta H_i] \{ \bar{P} \} - [\bar{G}_i] \{ \Delta \mu_j \} - [\Delta G_i] \{ \bar{\mu}_j \} \quad (11b)$$

式中: $[\bar{H}_i]$ 、 $[\bar{G}_i]$ 、 $[\bar{D}_i]$ 、 $[\bar{S}_i]$ 和向量 $\{\bar{\mu}_i\}$ 、 $\{\bar{\sigma}_i\}$ 分别为等效的定常均值, $[\Delta H_i]$ 、 $[\Delta G_i]$ 、 $[\Delta D_i]$ 、 $[\Delta S_i]$ 和向量 $\{\Delta \mu_i\}$ 、 $\{\Delta \sigma_i\}$ 分别为振荡引起的波动值。代入式(9)的计算结果, 得到关于内部点的振荡数值解。

4 叶片动力可靠性计算

对于叶片等受流体激振作用的结构, 通过以上计算可以得到结构承受流体激振作用力。虽然, 其输入的激励力具有周期性特征, 但由于结构材料等非线性, 输出的响应并不一定具有相同的频率特征, 甚至表现为随机结构响应。因此, 可以将以上计算得到的均值和波动值。作为未知分布随机变量参数, 等效处理成功能函数中各个随机变量的均值和标准差。然后, 根据一次二阶矩理论, 求得叶片结构的动力可靠度指标 $\beta^{[9]}$ 。

例如: 已知其功能函数为 $Z = g(X)$, $x_i \in \{X\}$, $i = 1, 2, \dots, n$ 为独立的基本随机变量。将功能函数 Z 对验算点 $\{X_0\} = [x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}]^T$ 作泰勒级数展开, 忽略二阶以上的高阶小量, 得到:

$$Z \approx g(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i0}) \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right) \Big|_{x=x_0} \quad (12)$$

可见, 通过对非线性振荡边界积分方程求解结果的均值和波动值在验算点进行线性化处理, 验算点取在失效边界上并与结构最大失效概率相对应, 就可以得到功能函数中的均值和标准差, 从而求出无因次的可靠度指标:

$$\beta = \frac{E_z}{V_z} \quad (13)$$

式中: E_z 为等效均值, V_z 为振荡作用产生的波动值的标准差。以此失效概率与可靠度指标的关系就可以得到流体机械结构可靠度:

$$P_r = 1 - \phi(-\beta) = \phi(\beta) \quad (14)$$

式中: ϕ 为标准正态分布函数。

5 计算实例

高速透平膨胀机的铝合金封闭式叶轮的叶片, 结构形状尺寸和边界单元离散如图 1 所标。

材质为 LD2, 主要物理性能参数: 密度 $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 杨氏模量 $E = 71 \text{ GPa}$, 剪切模量 $G =$

28 GPa, 泊松比 $\mu = 0.3$, 抗拉强度均值和离差分别为 $\bar{\sigma}_b = 330 \text{ MPa}$, $\Delta \sigma_b = 18.2 \text{ MPa}$, 屈服强度均值和离差分别为 $\bar{\sigma}_s = 245 \text{ MPa}$, $\Delta \sigma_s = 15.3 \text{ MPa}$, 自振频率均值和离差分别为 $\bar{f}_s = 1\,245 \text{ Hz}$, $\Delta f_s = 82.5 \text{ Hz}$ 。

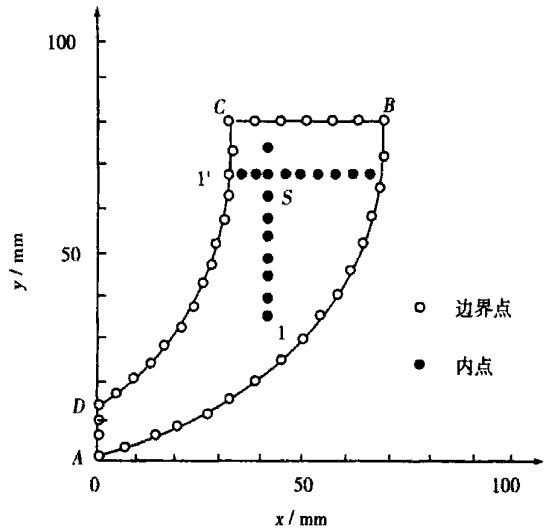


图 1 叶片的薄板振荡边界元模型

如图 1 所示, 建立叶片振荡边界元薄板模型, 单元离散只需在边界和内部作点离散。为比较可靠度分布趋势, 在叶片内部设置了水平与垂直相交的二组内点, 用于分别显示叶片结构在两个方向的可靠度分布。根据实际的闭式结构, DA 、 AB 和 BC 三边设为固支边界条件。激振力按叶片表面的振荡压力给定。

实际获知, 叶片的流体激振失效主要有两类: 共振失效和强度失效。对于高速转子, 只要其中有一项失效, 就要判定为结构失效。因此, 预测其结构可靠性主要分别进行两类模拟计算。(1) 在给定的激振频率下, 通过数值计算分析, 得到叶片结构不同部位的可靠度分布; (2) 在多个激振频率下, 预测共振失效的可能性。

假设流体激振力为 $F = 30 + 5e^{j\omega t}$ 。首先给定基频 $f = 1\,000 \text{ Hz}$, 则 $\omega = 2\pi f$, 用激振应力响应超过强度极限作为要有限失效边界判别, 可得到此激振力下叶片上两个方向的可靠度指标 β 值的分布, 如图 2 所示。其中, 水平方向内点排列为自左(图 1 中 1 点开始)向右, 垂直方向内点排列为自下(图 1 中 1 点开始)向上; 其次, 将基频从 100 Hz 变化到 5 000 Hz, 其中选定 100 Hz, 500 Hz, 1 000 Hz, 1 500 Hz, 2 500 Hz 和 5 000 Hz 分别作为激振观察显示点, 并采用自振频率作为极限失效边界差别, 可得到此

类叶片(以图 1 标注的内点 S 为代表)在不同激振频率下的可靠度指标 β 值的分布,如图 3 所示。

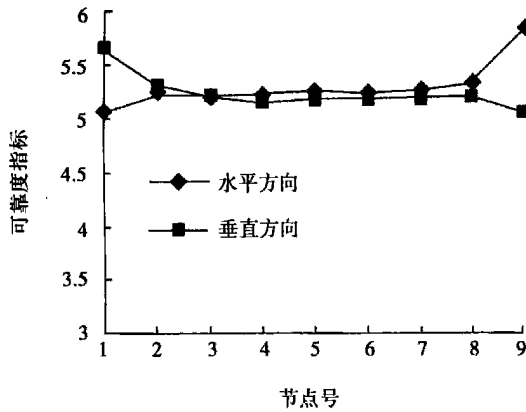


图 2 流体激振下叶片水平和垂直方向的可靠度分布

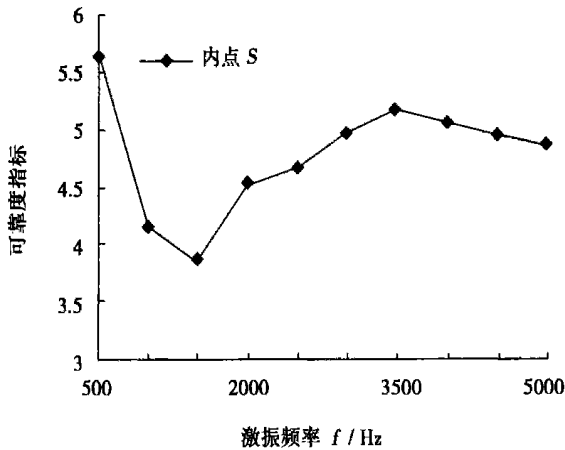


图 3 叶片可靠度随流体激振频率的分布

计算结果表明,从图 2 可以清楚地看到叶片在流体振荡作用下的动力可靠度分布,从而预知结构的薄弱环节,进行结构优化设计和使用性能评测。

从图 3 则可以发现一般结构分析和模态分析不能预测的流场振荡共振效应,如激励频率在 1 000 Hz ~ 1 500 Hz 之间,以及在高频作用下结构的动力可靠性变化。

6 结 论

为了对承受流体动力作用的机械结构进行可靠性预测,本文在非线性流体激振理论基础上,提出了流体激振分析非线性振荡边界元法及低网格求解。从叶片的理论建模和计算过程可以看出,此方法可直接对结构进行离散和建模计算。对于不同的建模和算法,如二维、三维、轴对称和薄板等,可以分别应用于不同的结构对象,如涡轮泵的叶轮、压缩机阀片、换热管件甚至于石化管道等的流体激振问题。因此,据此开发的软件,将在流体机械结构安全评定和管路系统振动分析及故障诊断等工程问题处理中,有很好的应用前景。

参考文献:

- [1] 陈佐一. 流体激振[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [2] 徐可君 江龙平, 陈景亮, 等. 叶片振动的非概率可靠性研究[J]. 机械工程学报, 2002 38(10): 17- 19.
- [3] YANG J, WANG L Q. Simulation on dynamic balancing for dual-rotor system with little speed difference. [J]. *International Journal of Modelling and Simulation*. 2003, 23(2): 135- 139.
- [4] BANERJEE P K, MORINO L. Boundary element methods in nonlinear fluid dynamics[M]. London and New York: Elsevier Applied Science Publishers LTD, 1990.
- [5] DOMINGUEZ J. Boundary elements in dynamics[M]. Southampton Bosten and London New York: Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science Publishers LTD, 1993.
- [6] 杨 健, 刘 勇, 贾高顺, 等. 简化的机械结构可靠性蒙特卡洛随机边界元研究[J]. 计算力学学报, 1997, 14(3): 366- 371.

(渠 源 编 辑)

启 事

本刊编辑部现存有部分过刊——1997~2003 年的合订本和单行本,如需要订阅读请来函告之。

——编辑部

multi-stream heat exchanger, dimensionless analytical method, synthesis factor

叶片可靠性预测的非线性振荡低网格边界元法 = **Nonlinear-oscillating Meshless Boundary Element Method for the Prediction of Blade Reliability** [刊, 汉] / YANG Jian (Research Institute of Chemical Machinery under the Zhejiang University, Hangzhou, China, Post Code: 310027) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2004, 19(2). — 175 ~ 178

On the basis of a nonlinear fluid vibration-excitation theory a direct solution scheme for boundary integral equations of fluid structure coupling analysis has been set up to predict the fluid-excited vibration reliability of turbomachine blades. By using the linearization treatment of equivalent mean values and deviations a reliability index is evaluated, and a nonlinear meshless boundary element method proposed to analyze the reliability of blades. The results of numerical calculations indicate that the proposed method can be employed to realize a speedy and effective prediction of blade performance and to conduct an optimized probability design for a new type of turbomachinery. **Key words:** rotating machine, blade, reliability prediction, boundary element method

基于 BP 神经网络的汽轮机排汽焓在线计算方法 = **On-line Computation Method for Steam Turbine Exhaust Enthalpy Based on BP Neural Network** [刊, 汉] / GUO Jiang-long, ZHANG Shu-fang, CHEN Hai-ping (Power Engineering Department, North China University of Electric Power, Baoding, China, Post Code: 071003) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2004, 19(2). — 179 ~ 181

The steam exhaust point of a steam turbine is located in a wet steam zone. Due to a lack of steam-wetness measuring instruments on-site it is difficult to determine directly the enthalpy of turbine exhaust steam. The calculation of this enthalpy has long been one of the difficult issues in the on-line analysis and diagnosis of thermal economics of a thermal power plant thermodynamic system. There exist numerous factors, which can affect the turbine exhaust enthalpy. The relationship between these factors and the exhaust steam enthalpy is a typical nonlinear one. With a NK200-12.7/535/535 type of air-cooled plant serving as an example the authors have recommended a method for setting up a model for calculating the turbine exhaust enthalpy by using a BP neural network. The method has been successfully put into use on an on-line diagnosis system of thermal economics for a power plant. **Key words:** turbine exhaust enthalpy, BP neural network, steam turbine, model

基于动态聚类算法的两相流流型识别方法研究 = **A Study of Two-phase Flow-pattern Identification Method Based on a Dynamic Clustering Algorithm** [刊, 汉] / JIA Zhi-hai, NIU Gang, WANG Jing (College of Mechanical and Power Engineering under the Shanghai Jiaotong University, Shanghai, China, Post Code: 200030) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2004, 19(2). — 182 ~ 185

Differential pressure signals of three flow patterns in a horizontal pipe, i. e., vapor/water two-phase laminar flow, agitation flow and elastic flow, have been collected. Through the use of a probability density function (PDF) method an analysis was conducted of the signal characteristics. The four eigen parameters reflecting PDF function variation, namely, peak number k_1 , maximum peak value k_2 , peak position k_3 and variance k_4 , have been defined. Then, by making use of a dynamic clustering algorithm a classification/identification was conducted for the above-mentioned three flow patterns. It can be shown that the use of PDF in conjunction with the dynamic clustering algorithm makes it possible to realize a speedy and accurate identification of the vapor/water two-phase flow pattern, testifying to the feasibility of the method under discussion. **Key words:** two-phase flow, flow pattern identification, probability density function, dynamic clustering