

# 影响系数法平衡中的病态方程研究

王琇峰, 牛 振

(西安交通大学 诊断与控制学研究所 机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

**摘 要:** 动平衡技术是用于消除转子不平衡故障的最为重要的手段, 影响系数法则是动平衡技术中的一项重要方法, 但是在实际操作中影响系数法可能受到病态方程的影响而降低平衡效率。针对可能出现的病态方程问题, 建立了单跨转子模型, 采用转子振动的模态理论分析了影响系数法中出现病态方程的机理, 并在此基础上进行了实验研究。研究结果表明, 影响系数法可用于柔性转子动平衡, 但是转子在特定转速和配重面可能受到病态方程的影响, 而选择合理的平衡转速和平衡配重面是避免病态方程的主要途径。

**关 键 词:** 影响系数法; 动平衡; 病态方程

中图分类号: O347.6 文献标识码: A

## 引 言

质量不平衡是引起汽轮发电机转子振动过大的一个重要原因, 而动平衡技术则是消除转子不平衡的主要措施。汽轮发电机转子的工作转速一般高于其一阶临界转速, 属于柔性转子, 平衡柔性转子主要有以下方法: (1) 模态平衡法; (2) 影响系数法。

第一个类似于模态平衡法的平衡技术是由 G Nobel 于 1953 年提出<sup>[1]</sup>, Bishop 等人在此基础上进行了理论和实践的深入研究<sup>[2]</sup>。模态平衡法基于转子动力学振型理论, 并假设所平衡转子满足以下前提: (1) 转子的阻尼对转子的影响可以忽略; (2) 转子各阶振型曲线在转子轴向分布为平面曲线且相互正交。模态平衡法按振型分离手段可以分为共振分离法和偏离临界转速下的振型分解两种方法; 共振分离法又包括“N”法、“N+2”法和振型圆法。模态平衡法在汽轮发电机组的转子平衡中遇到了以下问题: (1) 由于汽轮机转子一般由高中压缸、低压缸、发电机等转子连接而成, 例如对高中压缸转子进行模态平衡时, 根据模态平衡理论必须测取其临界转速下的振动, 而现场测取的振型往往受到邻近的低压缸转子振型耦合影响, 因此很难得到准确的振型;

(2) 模态平衡法计算得到的配重位置受到汽轮机组现场操作的限制。

Goodman 在 1964 年提出的影响系数法是基于经验的方法<sup>[3]</sup>, 它通过试重的方式测得不同加重面的振动响应后, 用最小二乘法计算降低振动的配重。影响系数法建立在线性振动理论上, 包含如下两个假设: (1) 不平衡的振动响应与不平衡质量成正比; (2) 不同配重面上配重的不平衡响应满足线性叠加原理。影响系数法在转子实际平衡中也存在如下问题<sup>[4]</sup>: (1) 平衡后预期的振动与计算得到的预计振动偏差很大; (2) 计算得到非常大的校正质量。

如上所述, 模态平衡法在现场平衡中存在操作困难, 影响系数法在现场平衡中使用较为广泛, 但是由于影响系数法缺乏转子动力学理论基础, 有些学者提出影响系数法不适用于柔性转子平衡<sup>[4]</sup>。针对以上观点, 本文将以转子动力学模态理论对影响系数法的物理意义进行描述, 并以此探讨病态方程产生的原因。以单跨转子为理论模型的研究和单跨转子实验台的全转速平衡结果都表明影响系数法可以用于柔性转子平衡, 但在特定转速或者配重面中可能产生病态方程, 在现场平衡中应注意这个问题。

## 1 影响系数法中的病态方程

如果采用  $N$  个配重面来平衡  $M$  个测点的振动, 那么需要满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} \vec{A}_1 + \sum_1^N \vec{K}_{1j} \times \vec{W}_j &= 0 \\ \vec{A}_2 + \sum_1^N \vec{K}_{2j} \times \vec{W}_j &= 0 \\ &\vdots \\ \vec{A}_M + \sum_1^N \vec{K}_{mj} \times \vec{W}_j &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期: 2007-03-05; 修订日期: 2007-06-26

基金项目: 国家 863 计划基金资助项目(2006AA042429); 国家自然科学基金资助项目(50475084)

作者简介: 王琇峰(1980-)男, 福建龙岩人, 西安交通大学博士研究生

式中:  $\vec{A}_i$ — $i$  测振面的振动矢量;  $\vec{W}_j$ — $j$  配重面的平衡配重矢量;  $\vec{K}_{ij}$ — $j$  配重面的平衡配重对  $i$  测振面的影响系数矢量。

当式(1)满足  $N=M$  时, 方程有唯一解:

$$\{\vec{W}_j\} = -[K_{ij}]^{-1}\{\vec{A}_i\} \quad (2)$$

式中:  $[K_{ij}]^{-1}$ — $[K_{ij}]$  的逆矩阵, 为了简要地描述配重的表达式, 取  $N=M=2$ , 那么配重矢量可以表达为:

$$\vec{W}_1 = \begin{bmatrix} \vec{A}_1 & \vec{K}_{12} \\ \vec{A}_2 & \vec{K}_{22} \\ \vec{K}_{11} & \vec{K}_{12} \\ \vec{K}_{21} & \vec{K}_{22} \end{bmatrix}, \vec{W}_2 = \begin{bmatrix} \vec{K}_{11} & \vec{A}_1 \\ \vec{K}_{21} & \vec{A}_2 \\ \vec{K}_{11} & \vec{K}_{12} \\ \vec{K}_{21} & \vec{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

不妨假设  $\vec{D} = \begin{bmatrix} \vec{K}_{11} & \vec{K}_{12} \\ \vec{K}_{21} & \vec{K}_{22} \end{bmatrix}$ , 那么当  $\vec{D}$  的幅值趋近于零时, 有可能会使计算出来的配重过大, 也就是影响系数法中的病态方程问题。

## 2 病态方程分析

在影响系数法的病态方程中, 分析了病态方程的形式, 建立转子模型对病态方程的产生机理进行研究。

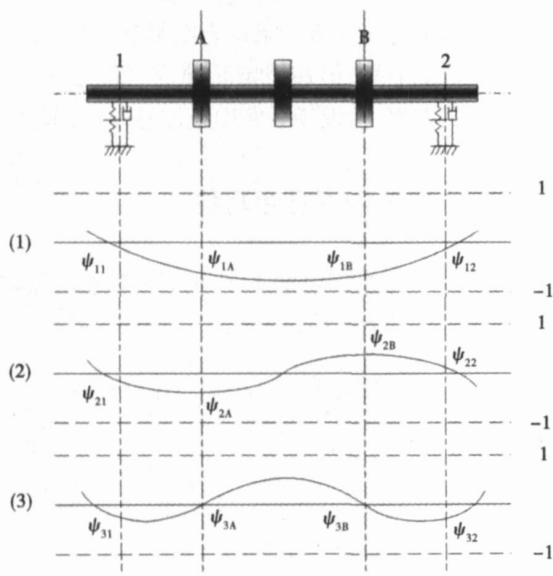


图 1 转子振型示意图

转子模型如图 1 所示, 假设轴系中仅 A 和 B 配重盘上分布有不平衡质量  $\vec{U}_1$  和  $\vec{U}_2$ , 转轴上的振动可以描述为:

$$\vec{A}_{(z)} = \vec{U}_1 \times r \times \left( \frac{\vec{C}_1}{[1 - (\omega_1/\omega)^2]} \times M_1 \times \Psi_{1A} \times \Psi_{1Z} + \frac{\vec{C}_2}{[1 - (\omega_2/\omega)^2]} \times M_2 \times \Psi_{2A} \times \Psi_{2Z} + \frac{\vec{C}_3}{[1 - (\omega_3/\omega)^2]} \times M_3 \times \Psi_{3A} \times \Psi_{3Z} \right) + \vec{U}_2 \times r \times \left( \frac{\vec{C}_1}{[1 - (\omega_1/\omega)^2]} \times M_1 \times \Psi_{1B} \times \Psi_{1Z} + \frac{\vec{C}_2}{[1 - (\omega_2/\omega)^2]} \times M_2 \times \Psi_{2B} \times \Psi_{2Z} + \frac{\vec{C}_3}{[1 - (\omega_3/\omega)^2]} \times M_3 \times \Psi_{3B} \times \Psi_{3Z} \right) \quad (4)$$

式中:  $\vec{A}_{(z)}$ —轴向  $Z$  处振动矢量;  $\vec{C}_i$ — $i$  阶振型的机械滞后常量;  $\omega_i$ — $i$  阶临界转速;  $M_i$ — $i$  阶主质量;  $r$ —不平衡质量半径;  $\Psi_{iz}$ — $i$  阶振型在轴向  $Z$  处的振型系数。

汽轮发电机转子工作转速一般三阶临界转速以下, 高阶振型难于激发, 因此取三阶以下振型分析。待分析转子振型曲线如图 1 所示, 其中 1、2 为支撑轴承; A、B 为配重面, 支撑轴承为测振面; (1)~(3) 为各阶振型函数曲线;  $\Psi_{ij}$  为轴向  $j$  处的  $i$  阶振型系数。

设式(4)中  $\vec{B}_i = r \times \frac{\vec{C}_i}{[1 - (\omega_i/\omega)^2]} \times M_i$ , 可以推算出平面 A、B 添加单位试重对 1 和 2 测点的影响系数分别为:

$$\vec{k}_{1A} = \vec{B}_1 \times \Psi_{11} \times \Psi_{1A} + \vec{B}_2 \times \Psi_{21} \times \Psi_{2A} + \vec{B}_3 \times \Psi_{31} \times \Psi_{3A} \quad (5)$$

$$\vec{k}_{2A} = \vec{B}_1 \times \Psi_{12} \times \Psi_{1A} + \vec{B}_2 \times \Psi_{22} \times \Psi_{2A} + \vec{B}_3 \times \Psi_{32} \times \Psi_{3A} \quad (6)$$

$$\vec{k}_{1B} = \vec{B}_1 \times \Psi_{11} \times \Psi_{1B} + \vec{B}_2 \times \Psi_{21} \times \Psi_{2B} + \vec{B}_3 \times \Psi_{31} \times \Psi_{3B} \quad (7)$$

$$\vec{k}_{2B} = \vec{B}_1 \times \Psi_{12} \times \Psi_{1B} + \vec{B}_2 \times \Psi_{22} \times \Psi_{2B} + \vec{B}_3 \times \Psi_{32} \times \Psi_{3B} \quad (8)$$

由式(5)~式(8)可以推得:

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} \vec{k}_{1A} & \vec{k}_{1B} \\ \vec{k}_{2A} & \vec{k}_{2B} \end{bmatrix} = \vec{k}_{1A} \times \vec{k}_{2B} - \vec{k}_{1B} \times \vec{k}_{2A}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{B_1} \times \begin{vmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{1A} \\ \Psi_{12} & \Psi_{1B} \end{vmatrix} + \frac{1}{B_2} \times \\
 &\begin{vmatrix} \Psi_{21} & \Psi_{2A} \\ \Psi_{22} & \Psi_{2B} \end{vmatrix} + \frac{1}{B_3} \times \begin{vmatrix} \Psi_{31} & \Psi_{3A} \\ \Psi_{32} & \Psi_{3B} \end{vmatrix} + \\
 &+ \frac{1}{B_1} \times \frac{1}{B_2} \times (\Psi_{11} \Psi_{22} - \Psi_{12} \Psi_{21}) \times (\Psi_{1A} \Psi_{2B} - \\
 &\Psi_{2A} \Psi_{1B}) + \frac{1}{B_2} \times \frac{1}{B_3} \times (\Psi_{21} \Psi_{32} - \Psi_{22} \Psi_{31}) \times (\Psi_{2A} \\
 &\Psi_{3B} - \Psi_{2B} \Psi_{3A}) + \frac{1}{B_1} \times \frac{1}{B_3} \times (\Psi_{11} \Psi_{32} + \Psi_{12} \Psi_{31}) \\
 &\times (\Psi_{1A} \Psi_{3B} + \Psi_{1B} \Psi_{3A}) \quad (9) \\
 &= \frac{1}{B_1} \times \frac{1}{B_2} \times (\Psi_{11} \Psi_{22} - \Psi_{12} \Psi_{21}) \times (\Psi_{1A} \Psi_{2B} - \\
 &\Psi_{2A} \Psi_{1B}) + \frac{1}{B_2} \times \frac{1}{B_3} \times (\Psi_{21} \Psi_{32} - \Psi_{22} \Psi_{31}) \times (\Psi_{2A} \\
 &\Psi_{3B} - \Psi_{2B} \Psi_{3A}) + \frac{1}{B_1} \times \frac{1}{B_3} \times (\Psi_{11} \Psi_{32} + \Psi_{12} \Psi_{31}) \times \\
 &(\Psi_{1A} \Psi_{3B} + \Psi_{1B} \Psi_{3A})
 \end{aligned}$$

根据病态方程问题的定义, 当式(9)得到的结果趋近于零时将会导致病态解。在一般情况下, 式(9)的值并不趋近于零。为了分析可能出现病态方程的工况, 假设待分析转子为对称转子, 则有:  $\Psi_{11} = \Psi_{12}$ ,  $\Psi_{1A} = \Psi_{1B}$ ,  $\Psi_{21} = -\Psi_{22}$ ,  $\Psi_{2A} = -\Psi_{2B}$ ,  $\Psi_{31} = \Psi_{32}$ ,  $\Psi_{3A} = \Psi_{3B}$ , 将以上关系式代入式(9)得到:

$$\vec{D} = 4 \times \frac{1}{B_1} \times \frac{1}{B_2} \times \Psi_{11} \Psi_{22} \times \Psi_{1A} \Psi_{2A} + 4 \times$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{B_2} \times \frac{1}{B_3} \times \Psi_{22} \Psi_{32} \times \Psi_{2A} \Psi_{3A} + \\
 &4 \times \frac{1}{B_1} \times \frac{1}{B_3} \times \Psi_{11} \Psi_{32} \times \Psi_{1A} \Psi_{3B} \quad (10)
 \end{aligned}$$

那么, 可以根据式(10)列举出现病态方程的情况: (1)  $\vec{B}_2$  和  $\vec{B}_3$  趋近于零, 因此在一阶转速内对称转子采用影响系数法平衡时可能出现病态方程; (2) 如果配重盘接近二阶振型的节点且平衡转速远离三阶临界转速或者一阶临界转速, 即  $\Psi_{2A}$  和  $\vec{B}_3$  或  $\Psi_{2A}$  和  $\vec{B}_1$  接近零时也可能出现病态方程。

当平衡转速接近  $i$  阶临界转速时, 如果系统阻尼可以忽略, 则  $\vec{B}_i$  趋近于无穷大, 导致被除数  $\vec{D}$  趋近于无穷大, 此时临界转速也不适合作为影响系数法的平衡转速。

### 3 实验验证及其分析

在图 2 所示的转子实验台上进行理论验证实验, 该转子一阶临界转速在 2 200 r/min 附近, 二阶临界转速高于 5 000 r/min。为了研究影响系数法在全转速内的有效范围, 实验中取转子的转速在 1 000 ~ 4 000 r/min 内的数据进行影响系数法平衡计算。

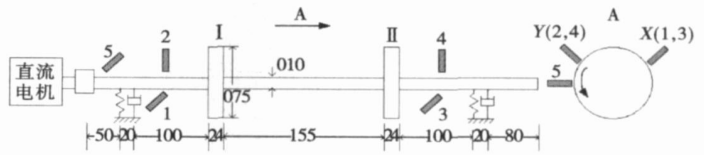
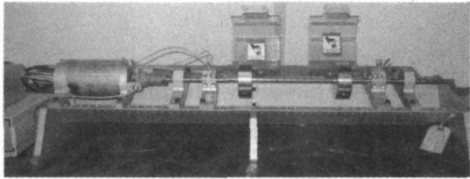


图 2 转子实验台结构示意图(mm)

实验过程如下所述: (1) 将试验转子实验台在 4 000 r/min 用全息动平衡技术进行平衡, 轴振控制在  $10 \mu\text{m}$  范围内; (2) 在 I 配重盘添加  $0.8 \text{ g} \angle 180^\circ$ , II 配重盘添加  $1.0 \text{ g} \angle 90^\circ$  后启动转子实验台至 4 000 r/min, 记录其起车振动数据作为原始振动; (3) 在 I 配重盘添加  $0.4 \text{ g} \angle 0^\circ$  试重, 记录起车振动数据用于计算 I 盘配重对测振面的影响系数  $K_{11}$  和  $K_{21}$ ; (4) 去除 I 配重盘后在 II 配重盘添加  $0.4 \text{ g} \angle 270^\circ$  试重, 记录起车振动数据用于计算 II 盘配重对测振面影响系数  $K_{11}$  和  $K_{21}$ , 所测得的影响系数绝对值如图 3 所示; (5) 用实验得到的影响系数计算  $\vec{D}$ , 结果如图 4 所示; (6) 用步骤 4 得到的影响系数计算不同转速的平衡配重, 配重结果如图 5 所示。

由理论证明的结论可知, 低于一阶临界转速所得到的  $|\vec{D}|$  趋近于零, 计算得到的配重明显大于实际不平衡量, 而且配重的大小和相位都随转速的变化而呈现非平稳变化, 因此, 图 2 所示的对称转子不适合选用一阶临界转速以下转速为影响系数法平衡的平衡转速。

理论推导的结果表明, 在一阶临界转速  $|\vec{D}|$  趋近于无穷大, 临界转速振动受到阻尼等约束, 实验得到  $|\vec{D}|$  明显大于非临界转速值, 但并不趋于无穷大。由于刚度各向异性等因素的影响, 导致  $|\vec{D}|$  在临界转速附近出现较大跳跃, 这也表明临界转速下采用影响系数法进行平衡也是不可靠的。

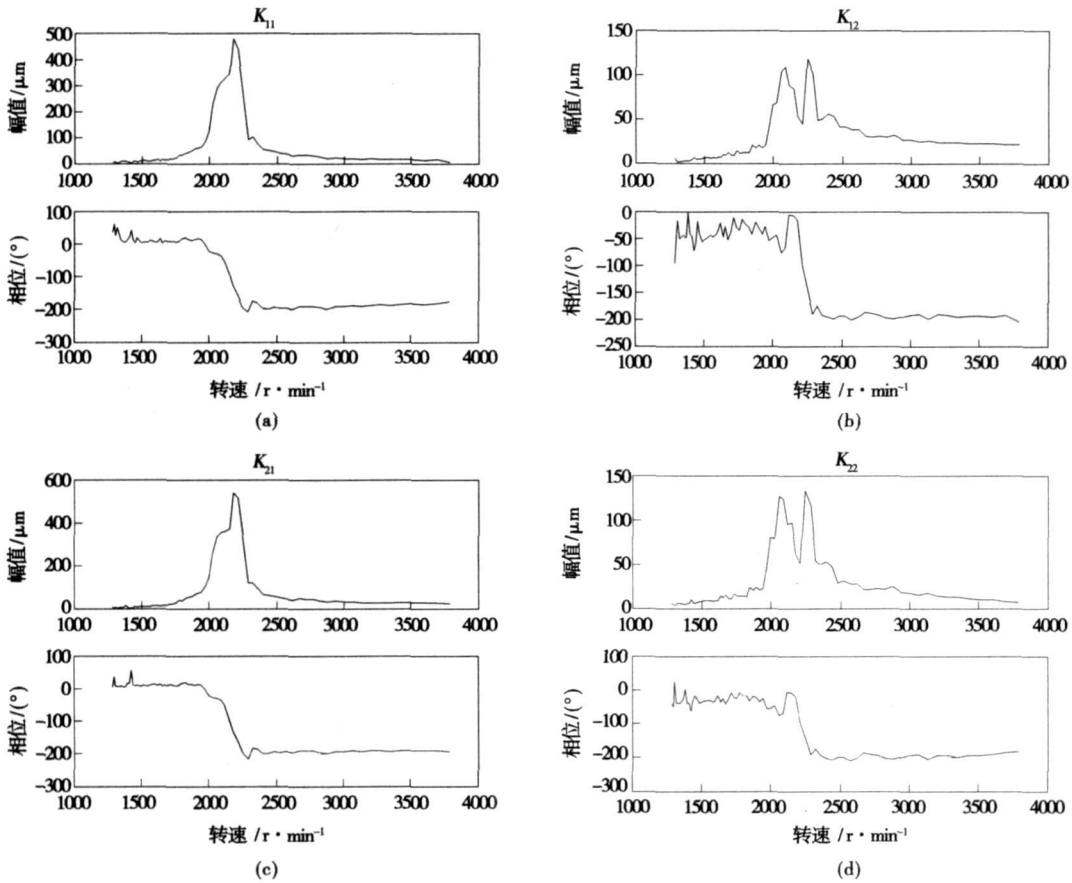


图 3 影响系数

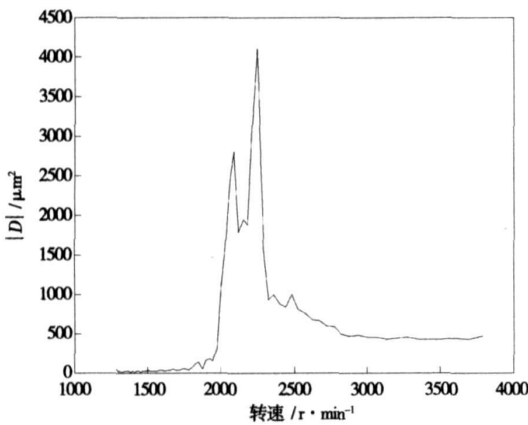


图 4 实验计算全转速  $\vec{D}$

图 4 的结果表明当转子转速在大于 2 500 r/min 后  $\vec{D}$  的变化趋于平缓, 图 5 的平衡结果也表明该转速之后配重的变化趋于缓和。由图 5 得到 4 000 r/min 附近计算得到的平衡配重为: I 配重盘 0.8 g  $\angle 0^\circ$ , II 配重盘 0.9 g  $\angle 280^\circ$ , 对比实验中的原

始不平衡配重表明 4 000 r/min 计算得到的平衡配重是可靠的。因此当实验转速工作于一阶和二阶混合振型转速时影响系数法是适用的, 这也为如何在使用影响系数法进行现场平衡中避免病态方程的影响提供了思路: 当用影响系数法对工作转速下的转子进行平衡时可以取工作转速附近若干转速计算平衡配重, 如果所计算出来的配重变化平稳且未出现过大的配重, 则可以认为计算得到的配重是可靠的。

在现场平衡中, 为了避免病态方程可以采用实验分析中提及的多转速数据病态方程校验的方法, 为了提高平衡的效率, 使用影响系数法平衡时要求在平衡时充分考虑平衡转子的模态, 在平衡结构对称的转子如汽轮机的发电机转子时可以首先对其振动进行力和力偶分解, 分析不平衡量的模态构成, 如果主要是一阶模态则可以用谐分量法对其力分量进行平衡, 属于一阶和二阶混合振型则可以用影响系数法进行平衡, 主要构成是二阶模态时则可以用谐分量分解后的力偶分量对其进行平衡。

在现场平衡中, 为了避免出现大的配重也要求充分运用转子的模态信息来选择合理的配重面, 在

用模态分解的方法分解出不平衡的模态构成后,应避免选择待平衡模态的节点作为配重面导致无效累

加配重。

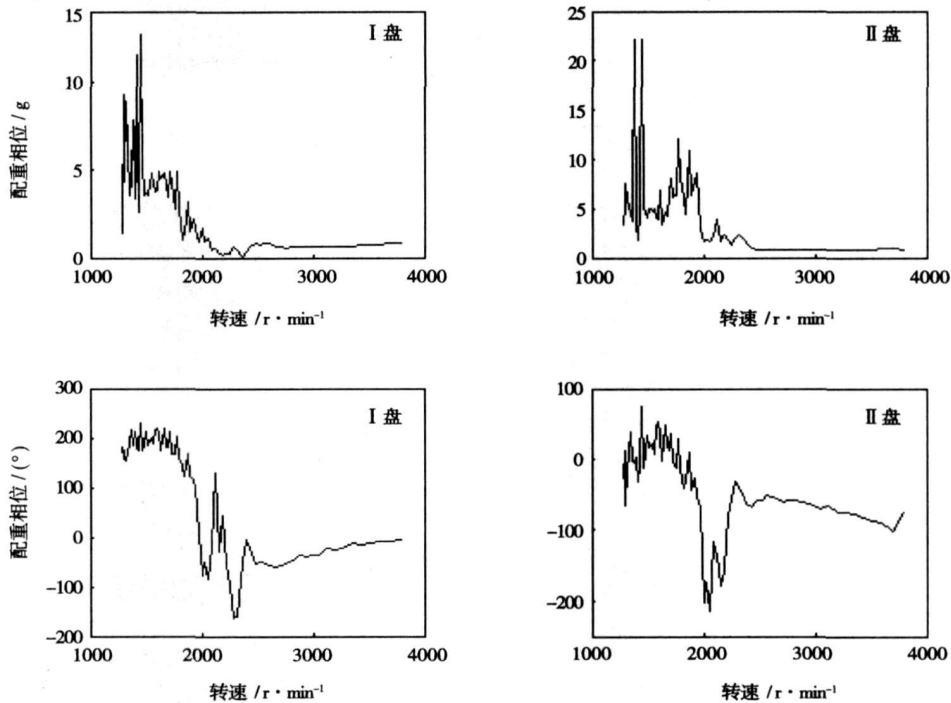


图5 平衡配重

## 4 结 论

以单跨转子为模型,用转子动力学模态理论推导了影响系数法中产生病态方程的机理,并用不同转速的影响系数法平衡结果对病态方程理论进行了验证,理论和试验分析的结果表明:

- (1) 影响系数法可以用于柔性转子的动平衡,同时在实际使用中应注意避免病态方程的影响;
- (2) 在现场平衡过程中充分考虑转子的模态信息有助于避免出现大的平衡配重,提高影响系数法的效率;
- (3) 在现场平衡多跨转子时,用转子模态理论检验病态方程存在操作困难,此时可以取待平衡转速附近多个转速进行平衡检验,如果计算得到的配重结果跳动较大则可能受到病态方程影响。

### 参考文献:

[1] GROBEL L P. Balancing turbine-generator rotors[J]. General Electric Review, 1953 56(4): 22

[2] BISHOP R E D. The vibration of rotating shafts[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1959 1(1): 50.

[3] GOODMAN T P. A Least-squares method of computing balance corrections[J]. Journal of Engineering for Industry, 1964(8): 273-277.

[4] 寇胜利. 柔性转子采用影响系数法平衡方程中的病态方程[J]. 热力发电, 2005(12): 13-16.

(编辑 伟)

### · 书 讯 ·

## 并网型太阳能光伏发电系统

本书首次较全面、系统地介绍了并网型太阳能光伏发电系统的基本原理、设备组成、各部分的特点、系统的安装、运行和维护,并列出了部分并网光伏系统实例。

读者对象: 太阳能实用技术研究科研人员和人员。

2007年8月出版

水煤浆锅炉的发展及现状 = **Development and Status Quo of Coal-water-mixture (CWM)-fired Boilers** [刊, 汉] / LI Yi, YANG Gong-xun, GAO Song (College of Electromechanical and Information Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing, China, Post Code: 100083) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2007, 22(6). — 583 ~ 585

The concept of coal-water-mixture (CWM)-fired boilers and the features that set them apart from other boilers are briefly described along with a detailed account of the evolution and status quo of CWM-fired boilers both at home and abroad, i. e. the evolutionary process of various oil and coal-fired boilers being converted to burn CWM. The authors have noted the problems existing in the retrofitted CWM-fired boilers and the emergence of special purpose ones. The main technologies used in such boilers are depicted in detail with an analysis of their new technologies and related existing problems. Finally, the future development of CWM-fired boilers was forecasted and the authors conclude that the boilers in question will play a positive role in promoting energy-savings and environment protection. **Key words:** boiler, development, status quo, coal-water-mixture

零压力梯度平板边界层转捩的数值模拟 = **A Numerical Simulation of the Boundary Layer Transition on a Plate with Zero Pressure Gradient** [刊, 汉] / DONG Ping, HUANG Hong-yan, FENG Guo-tai (College of Energy Sciences and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, China, Post Code: 150001) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2007, 22(6). — 586 ~ 590

A numerical simulation of the boundary layer transition tests T3A and T3B on a plate was performed and the calculated values were in relatively good agreement with the test ones. Through a study of the phenomenon of boundary layer transition on a plate at zero pressure gradient, the authors have concluded that the influence of the complexity of the transition flows on the boundary layer of a flow field should not be neglected. The M-L transition model can somewhat accurately predict the generation and development process of the transition. At a high turbulence, the use of a total turbulence model to simulate a transition flow will result in a relatively small error. **Key words:** boundary layer transition on a plate, transition model, zero pressure gradient, numerical simulation

影响系数法平衡中的病态方程研究 = **A Study of Ill-conditioned Equations Involved in a Dynamic Balancing Process When Influence Coefficient Method is Used** [刊, 汉] / WANG Xiu-feng, NIU Zhen (National Key Laboratory on Machine Building Systematic Engineering, Diagnosis and Control Theory Research Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China, Post Code: 710049) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2007, 22(6). — 591 ~ 595

Dynamic balancing technology provides the most important means for the elimination of unbalance faults of rotors while influence coefficient method (ICM) represents a major approach in dynamic balancing techniques. However, in practical operations the balancing efficiency may be lowered due to the influence of ill-conditioned equations. To cope with the problem of possible emergence of ill-conditioned equations, a single-span rotor model was established and by using rotor vibration mode theory the mechanism governing the appearance in the ICM of ill-conditioned equations analyzed. On this basis, an experimental study was conducted. The research results show that the ICM can be used for the dynamic balancing of flexible rotors. However, the rotors may be influenced by the ill-conditioned equations at a special rotating speed and a special counterweight plane while the selection of a rational balancing speed and balanced counterweight plane constitutes a main measure for avoiding the ill-conditioned equations. **Key words:** influence coefficient method, dynamic balancing, ill-conditioned equation

LDV 实验测量气冷环形涡轮叶栅内部流场 = **Experimental Measurement of the Flow Field in an Air-cooled Annular Turbine Cascade by Using LDV (laser-Doppler velocimetry)** [刊, 汉] / YUAN Feng, WU Ya-dong, ZHU Xiao-cheng, et al (School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, China, Post Code: 200030) // Journal of Engineering for Thermal Energy & Power. — 2007, 22(6). — 596 ~ 600

An experimental measurement was performed of the three-dimensional average speed in the flow field of an air-cooled an-