

基于多种优化方法的轴流风扇叶型气动优化

陈晨铭, 郭雪岩, 李 春

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘要:为了解决轴流风扇叶型 W65 优化设计的问题,选取高斯过程回归、人工神经网络和序列二次规划优化方法对叶型进行优化。首先,通过类别形状函数变换方法表示叶型,并生成一定区间内的叶型样本集,使用 B 样条曲线进行光滑化处理,通过 CFD 模拟仿真方法获得光滑叶型升阻比数据。然后,分别采用高斯过程回归方法、人工神经网络方法和序列二次规划方法,对带有面积约束的多攻角升阻比目标函数进行寻优优化。其中,前两种优化方法分别结合遗传算法和梯度下降法,序列二次规划方法未结合其他优化方法。研究工况为攻角 $0^\circ \sim 8^\circ$, 马赫数为 0.5。将优化后的叶型通过 CFD 方法进行验证,结果表明:通过 3 种方法获得的优化叶型综合升阻比分别提高了 8.41%, 8.49% 和 2.08%, 优化方法中预估的相对误差分别为 0.25%, -0.39% 和 6.31%, 高斯过程回归方法和人工神经网络方法优化误差较小,而序列二次规划方法的优化误差较大。

关键词:叶型优化;机器学习;高斯过程回归;人工神经网络;序列二次规划

中图分类号:TK05 文献标识码:A DOI:10.16146/j.cnki.rndlgc.2024.09.007

[引用本文格式]陈晨铭,郭雪岩,李 春.基于多种优化方法的轴流风扇叶型气动优化[J].热能动力工程,2024,39(9):54-60.
CHEN Chenming, GUO Xueyan, LI Chun. Aerodynamic optimization of axial fan blade airfoil based on multiple optimization methods[J].
Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2024, 39(9): 54-60.

Aerodynamic Optimization of Axial Fan Blade Airfoil based on Multiple Optimization Methods

CHEN Chenming, GUO Xueyan, LI Chun

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai, China, Post Code: 200093)

Abstract: In order to solve the problem of optimizing the design of axial fan blade airfoil W65, Gaussian process regression, artificial neural network and sequential quadratic programming were selected to optimize the blade airfoil. Firstly, the class function/shape function transformation (CST) method was used to represent the blade airfoil and generate a sample set of blade airfoils within a certain interval. B-spline curves were used for smoothing treatment, and the smooth blade airfoil lift-drag ratio data were obtained through computational fluid dynamics (CFD) simulation. Then, the Gaussian process regression, artificial neural network and sequential quadratic programming methods were respectively used to optimize the objective function of multi angle of attack lift-drag ratios with area constraints. The first two optimization methods were combined with genetic algorithm and gradient descent method, while the sequential quadratic programming method did not combine other optimization methods. Under the working condition of the angle of attack varying from 0° to 8° , the Mach number was 0.5. The optimized blade airfoil was validated using CFD method. The results show that the comprehensive lift-drag ratio of the optimized blade airfoil obtained through three methods increase by 8.41%, 8.49% and 2.08%, respectively. The estimated relative errors in the optimization methods are 0.25%, -0.39%, and 6.31%, respectively. The Gaussian process regression method and artificial neural network method have smaller optimization errors, while the sequential

quadratic programming method has larger optimization errors.

Key words: airfoil optimization, machine learning, Gaussian process regression, artificial neural network, sequential quadratic programming

引言

轴流风扇叶片是风扇高性能运转的保障,风扇叶片的叶型是轴流风扇设计的重要内容。叶型优化一般分为正问题设计法和反问题设计法。正问题设计法从参数设计法出发,结合计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)方法和优化算法完成优化。具体步骤为,使用类别形状函数变换方法(Class Function/Shape Function Transformation, CST)表达叶型形状,通过CFD分析计算获得气动性能,通过优化算法对特定目标进行寻优计算。反问题设计法则从所需结果出发反推目标叶型。

优化方法分为多种,有不需要代理模型直接优化的方法,如序列二次规划方法;也有通过代理模型进行优化的方法,如高斯过程回归方法和人工神经网络方法等。刘蕾等人^[1]通过序列二次规划方法,结合xfoil软件,对多工况点叶型进行优化设计,扩大了叶型攻角范围。Echavarría等人^[2]通过粒子群算法结合xfoil软件对翼型进行优化,并将优化翼型和其他翼型进行对比。Wei等人^[3]通过粒子群算法结合xfoil软件对低雷诺数下螺旋桨翼型的升阻比进行优化。Jiang等人^[4]通过改进粒子群算法对无人机翼型进行优化。常林森等人^[5]通过高斯过程回归方法,使用代理模型对超临界翼型进行优化设计。Song等人^[6]通过人工神经网络结合惩罚函数对翼型优化。Tao等人^[7]通过主成分分析结合深度置信网络对翼型优化。Zhang等人^[8]通过多精度深度网络代理模型方法对飞行器进行优化。鞠浩等人^[9]通过广义回归神经网络方法,使用小样本对多约束的风力机翼型进行优化设计。Phiboon等人^[10]通过径向基函数克里金(RBF/Kriging)多精度代理模型对飞行器进行优化。

代理模型不仅只有上述方法,还有多种方法混合的复杂方法。赵欢^[11]分析比较了克里金法(Kriging)、径向基函数(Radial Basis Function, RBF)、支持向量回归(Support Vector Regression, SVR)和混沌多项

式展开(Polynomial Chaos Expansions, PCE)等代理模型,说明了高维代理模型的发展方向。Jiang等人^[12]通过支持向量机结合高维模型表示方法对透平叶片进行优化。Zhao等人^[13]通过选择自适应增强(Adaptive Boosting)、支持向量机和人工神经网络中精度最高的方法,作为代理模型对火星直升机翼型升阻比进行优化。张伟等人^[14]通过自适应参数化方法构建代理模型。

本文对W65叶型^[11],即加厚的NACA65翼型进行多工况点优化设计。基于50个样本数据,采用高斯过程回归方法、人工神经网络方法和序列二次规划方法进行优化,并对优化结果做进一步比较分析。

1 参数化方法

1.1 CST方法

CST方法通过CST参数确定叶型几何坐标, CST方程如下^[15]:

$$y = C(x) \cdot S(x) + x \cdot y_{TE} \quad (1)$$

$$C(x) = x^{N_1} \cdot (1-x)^{N_2} \quad (2)$$

$$S(x) = \sum_{i=0}^N A_i \cdot S_i(x) \quad (3)$$

$$S_i(x) = \frac{N!}{i!(N-i)!} x^i (1-x)^{N-i} \quad (4)$$

式中: x, y —横纵坐标, $m; y_{TE}$ —上、下表面后缘的纵坐标, $m; C(x)$ —类函数; $S(x)$ —型函数; $N_1 = 0.5; N_2 = 1.0; A_i$ —CST参数; $S_i(x)$ —Bernstein多项式。

1.2 B样条曲线方法

B样条曲线方法通过基函数连接控制点坐标,使曲线函数高阶连续可导^[16]。B样条曲线方程如下:

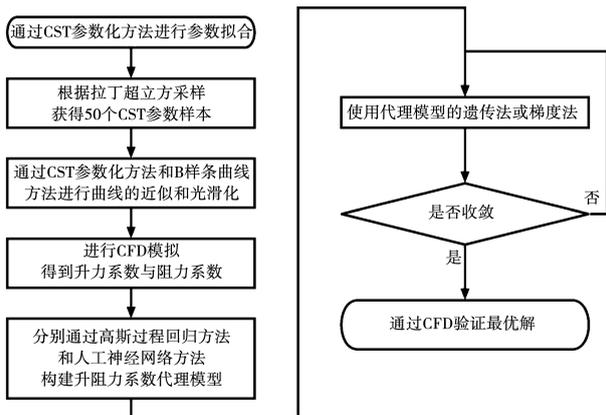
$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,p}(t) P_i \quad (5)$$

$$\begin{cases} B_{i,0}(t) = \begin{cases} 1, & u_i \leq t \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \\ B_{i,p}(t) = \frac{t-u_i}{u_{i+p}-u_i} B_{i,p-1}(t) + \frac{u_{i+p+1}-t}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} B_{i+1,p-1}(t) \end{cases} \quad (6)$$

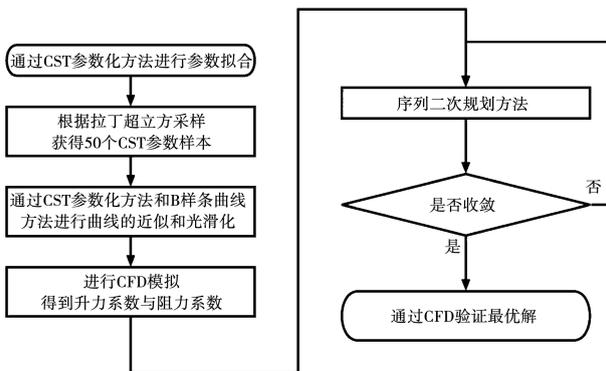
式中:下标 i —控制点;下标 p —B 样条曲线阶数; t —节点向量; $B_{i,p}(t)$ — p 阶 B 样条基函数; P_i —控制点的坐标; $\mathbf{B}(t)$ —向量形式表示的 B 样条曲线; u_i —一节点。

2 优化设计

叶型优化设计流程如图 1 所示。通过拉丁超立方采样获得叶型样本集。当叶型样本数分别为 25, 50, 100 和 150 个时, 高斯过程回归方法的精度分别为 0.56%, 0.42%, 0.14% 和 0.08%。当样本数为 50 时, 精度已足够小, 继续提高样本数并不能显著提高精度, 所以最终选取 50 个 CST 样本。首先采用 CST 参数化方法、B 样条曲线方法获得光滑叶型曲线。然后分别通过高斯过程回归方法和人工神经网络方法构建升阻力系数代理模型, 再结合遗传算法或梯度法完成优化, 或者直接通过序列二次规划方法完成优化。



(a) 高斯过程回归和人工神经网络叶型优化设计流程



(b) 序列二次规划叶型优化设计流程

图 1 叶型优化设计流程图

Fig. 1 Flow charts of blade airfoil optimization design

CFD 模拟设置使用 C 型网格, W65 叶型的局部网格如图 2 所示。模拟采用 SST $k-\omega$ 湍流模型, 选

用理想气体, 通过 Roe 隐式格式在不同工况下进行模拟。对网格无关性进行验证, 当网格数分别为 5.2 万, 6.5 万和 7.8 万时, 相邻工况的升阻比误差分别为 -0.61% 和 -0.38% , 本模拟使用的网格数为 6.5 万, 通过了网格无关性验证。网格 y^+ 值为 4.2。

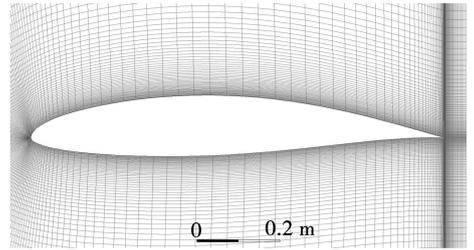


图 2 C 型网格局部

Fig. 2 Local C - grid

优化的目标函数, 综合升阻比为带有面积约束的多攻角升阻比函数:

$$\begin{cases} \max f(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^5 w_i \frac{C_l}{C_d} \Big|_{\alpha_i} - g(\mathbf{a}) \\ \mathbf{a}_{\min} \leq \mathbf{a} \leq \mathbf{a}_{\max} \\ g(\mathbf{a}) = \begin{cases} 0, & A_r \leq 1 \\ 10 A_r, & A_r > 1 \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

式中: \mathbf{a} —叶型的 CST 参数向量; \mathbf{a}_{\min} 和 \mathbf{a}_{\max} — \mathbf{a} 的最小值和最大值; α —攻角, ($^\circ$); C_l —升力系数; C_d —阻力系数; $g(\mathbf{a})$ —惩罚函数; $f(\mathbf{a})$ —目标优化函数; A_r —面积相对变化量的绝对值; w_i —不同攻角下的权重, 其中, $w_1 = 0.1$, $w_2 = 0.2$, $w_3 = 0.2$, $w_4 = 0.4$, $w_5 = 0.1$; α_i —攻角, 其中, $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 2^\circ$, $\alpha_3 = 4^\circ$, $\alpha_4 = 6^\circ$, $\alpha_5 = 8^\circ$ 。

高斯过程回归方法和人工神经网络方法使用代理模型结合遗传算法或梯度法, 首先通过代理模型预测不同工况下的升阻力系数并计算综合升阻比, 然后结合后续优化算法进行寻优。序列二次规划方法与梯度法结合, 即通过公式计算综合升阻比, 通过梯度法寻优, 不断迭代, 获得优化结果。

2.1 高斯过程回归方法

高斯过程回归方法是一种机器学习方法^[17]。通过假设目标函数服从高斯过程分布从而计算预测值:

$$f(\mathbf{x}) \sim GP(m(\mathbf{x}), \text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) \quad (8)$$

式中: \mathbf{x} —特征向量; $GP(m(\mathbf{x}), \text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$ —高斯过程分布; $m(\mathbf{x})$ —均值函数; $\text{cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ —协方差

函数; $f(\mathbf{x})$ —目标函数值。

协方差函数表示两个特征向量的关联性,但由于计算困难,一般使用核函数代替协方差函数。进一步假设高斯过程分布均值为零,矩阵形式的高斯过程分布如式(9)所示:

$$f(\mathbf{x}) \sim GP(0, \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) \quad (9)$$

式中: \mathbf{x} —特征向量; $GP(0, k(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$, $GP(0, \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}'))$ —高斯过程分布; $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ —核函数; $\mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ —核函数矩阵; $f(\mathbf{x})$ —目标函数值矩阵。

核函数选择径向基函数,如式(10)所示:

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2}{2l^2}\right) + \sigma_n^2 \delta_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'} \quad (10)$$

式中: $\exp(\cdot)$ —指数函数; $|\cdot|$ —欧几里得距离; $\delta_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'}$ —克罗内克符号, \mathbf{x} 与 \mathbf{x}' 在协方差矩阵主对角线上为1,其余则为0; σ_f, l, σ_n —待定超参数。

径向基函数在两个特征向量相等时,其中的指数函数取最大值,两个特征向量关联程度最大。函数中3个超参数 σ_f, l 和 σ_n 由最大似然概率确定:

$$\log P(f|\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f} - \frac{1}{2} \log |\mathbf{K}| - \frac{n}{2} \log(2\pi) \quad (11)$$

式中: $P(f|\mathbf{x})$ —最大似然概率; n —样本数。

通过最大似然估计法确定核函数后,高斯过程分布的两个函数都已确定。假设新加入的待测数据不影响原有分布,则高斯过程分布可写成式(12),通过后验概率,可以得出式(13)~(15):

$$\begin{bmatrix} f(\mathbf{x}) \\ f(\mathbf{x}^*) \end{bmatrix} \sim GP(0, \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) & \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^*) \\ \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}) & \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}^*) \end{bmatrix}) \quad (12)$$

$$P(f^* | \mathbf{x}^*, \mathbf{x}, f) \sim N(m_p, \sum_p) \quad (13)$$

$$m_p = \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}) \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x})^{-1} f(\mathbf{x}) \quad (14)$$

$$\sum_p = \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}^*) - \mathbf{K}(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}) \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x})^{-1} \mathbf{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^*) \quad (15)$$

式中: \mathbf{x}^* —待测值特征向量; $GP(0, [\cdot])$ —高斯过程分布; f^* —待测目标函数值; $N(m_p, \sum_p)$ —正态分布; m_p —均值; \sum_p —协方差; $P(f^* | \mathbf{x}^*, \mathbf{x}, f)$ —后验概率。

通过式(14)可以计算待测函数值,其误差可以用式(15)表示。高斯过程回归方法得出结果的误差小,在小样本优化中效果好。

2.2 人工神经网络方法

人工神经网络方法是一种机器学习方法。图3是人工神经网络示意图,每个节点通过线连接表达数据传递。由可见层 v_1, v_2, v_3 组成的特征向量,在隐藏层 h_1 和 h_2 中进行麦卡洛克-皮特斯模型(McCulloch-Pitts model, MP模型)计算,经过网络层层迭代计算,在输出层 o_1 最终输出。如使用sigmoid函数作为激活函数,则方程为:

$$y = \frac{1}{e^{-(\omega^T \mathbf{x} + \theta)} + 1} \quad (16)$$

式中: y —输出; ω —权值矩阵; θ —偏置。

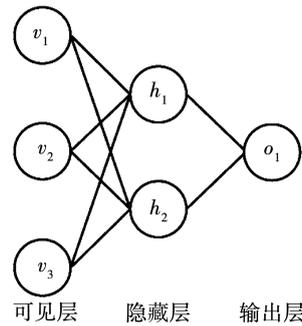


图3 人工神经网络示意图

Fig. 3 Schematic diagram of artificial neural network

2.3 序列二次规划方法

序列二次规划是一种运筹学方法。二次规划方法将目标函数抽象成二次函数,如式(17),进行寻优。从起始点出发,划分小区间,进行二次规划寻优后,以最优点为新的起点,划分新区间,反复计算直至符合收敛条件。

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{C}^T \mathbf{x} + B \quad (17)$$

式中: \mathbf{H}, \mathbf{C} —拟合系数矩阵; B —拟合参数。

序列二次规划通过梯度法可以得到良好结果,但由于假设目标函数符合二次规划,精度比机器学习方法低。

3 优化结果及分析

通过优化方法得出叶型,如图4~图6所示。高斯过程回归方法通过遗传算法获得叶型,人工神经网络方法通过梯度法获得叶型,二者形状接近,最大厚度点前移,优化效果较好;而序列二次规划方法获得的叶型形状与原叶型接近,优化效果较差。3种

优化叶型面积变化率均为 1.00%。不同优化方法的模拟数据结果如表 1 所示。

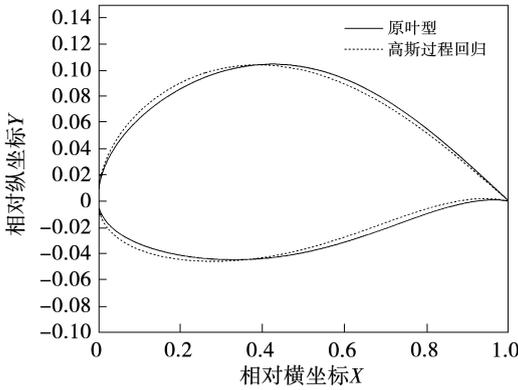


图 4 高斯过程回归方法结果与原叶型比较
Fig. 4 Comparison of Gaussian process regression method result and original blade airfoil

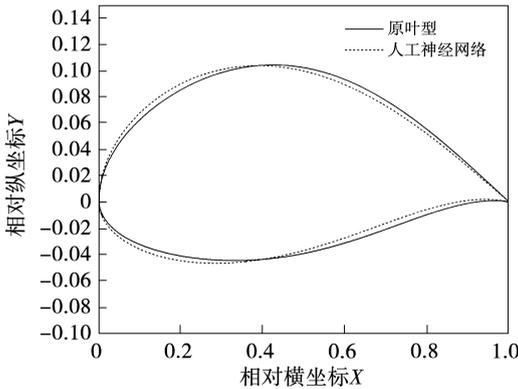


图 5 人工神经网络方法结果与原叶型比较
Fig. 5 Comparison of artificial neural network method result and original blade airfoil

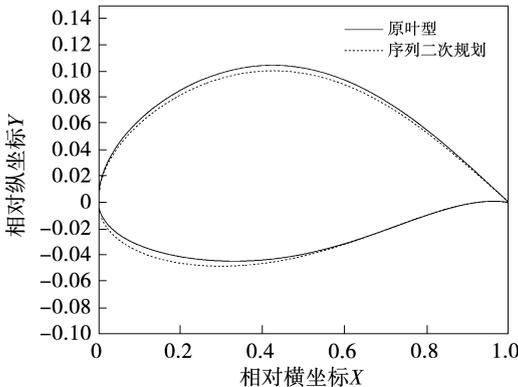


图 6 序列二次规划方法结果与原叶型比较
Fig. 6 Comparison of sequential quadratic programming method result and original blade airfoil

表 1 模拟结果比较

Tab. 1 Comparison of simulation results

叶型	综合升阻比	提高百分比/%	误差/%
原叶型	73.10	-	-
高斯遗传	79.25	8.41	0.25
高斯梯度	78.79	7.79	0.22
网络遗传	78.93	7.98	0.20
网络梯度	79.30	8.49	-0.39
序列二次规划	74.62	2.08	6.31

为研究人工神经网络方法使用不同激活函数的效果,将使用的激活函数换为 tanh 函数,训练获得神经网络代理模型与原先使用 sigmoid 函数的神经网络代理模型进行比较,针对某一工况使用 sigmoid 函数的代理模型误差为 2.16%,而使用 tanh 函数的代理模型误差为 8.72%,使用 sigmoid 函数作为激活函数效果比 tanh 函数效果好。

对 3 个优化叶型和原叶型的升阻比随攻角变化进行比较,如图 7 所示。由图 7 可见,相较原叶型优化叶型在更大攻角范围内运行良好。通过高斯过程回归方法和人工神经网络方法得到的叶型特征曲线基本重合,全区域的升阻比较原叶型有所提高,有效攻角区域扩大。而序列二次规划方法得到的叶型在攻角为 4°及以上时有优化,在 4°以下对原叶型无改善。

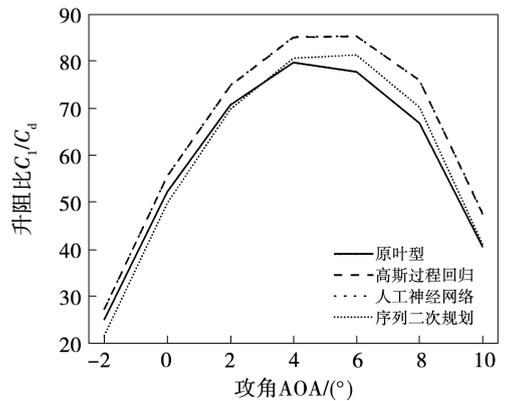


图 7 升阻比随攻角变化曲线

Fig. 7 Curve of lift-drag ratio varying with angle of attack

对 3 个优化叶型和原叶型的升力系数和阻力系数随攻角变化进行比较,如图 8 所示。通过高斯过程回归方法和人工神经网络方法得到的叶型升力系

数曲线基本重合,且在原叶型上方,而序列二次规划方法得到的叶型升力系数下降。3个方法所得叶型的阻力系数曲线大部分重合,且基本处于原叶型下方。

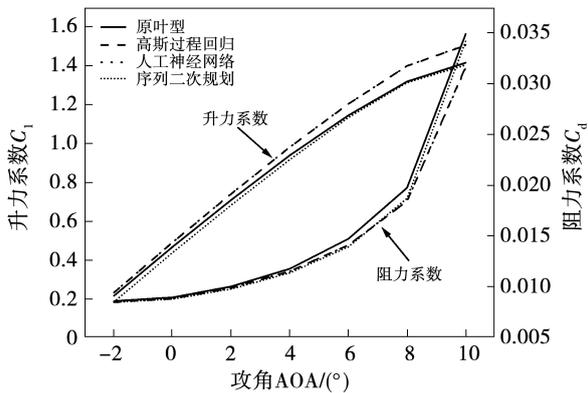


图8 升力系数和阻力系数随攻角变化曲线

Fig. 8 Curve of lift and drag coefficients varying with angle of attack

在设计工况点,3个优化叶型与原叶型压力面和吸力面的压力系数比较如图9所示,吸力面马赫数比较如图10所示。

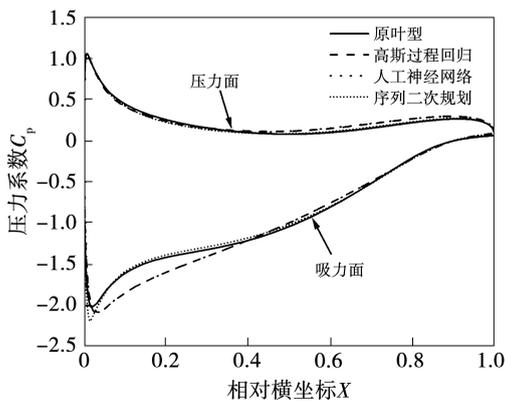


图9 优化叶型与原叶型压力系数比较

Fig. 9 Comparison of pressure coefficients of optimized and original blade airfoils

由图9可知,3种优化叶型压力面的平均压力均有提高。由图10可知,来流在吸力面上加速,并做附体流动直至因负压梯度产生而出现流动分离。4种叶型的流动分离分别发生在88%,93%,93%和91%弦长位置,3种优化叶型的流动分离位置较原叶型略微靠后,高斯过程回归叶型和人工神经网络叶型改善较序列二次规划好。马赫数先增后减,压

力系数先减后增。升阻力系数变化趋势与压力系数变化趋势一致,吸力面负压增大,压力面平均压力增大,升阻比增大。

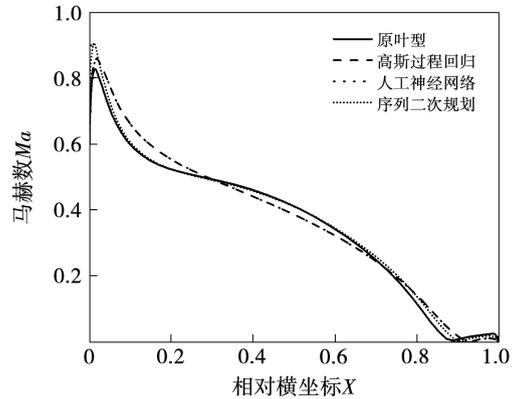


图10 优化叶型与原叶型吸力面马赫数比较

Fig. 10 Comparison of Mach numbers on suction surfaces of optimized and original blade airfoils

4 结论

对轴流风扇叶型W65进行多攻角优化设计,通过多种不同优化方法,得出结论:

(1) 通过高斯过程回归方法和人工神经网络方法优化得到的叶型,在形状上接近,且升阻力系数接近,而二者与通过序列二次规划方法获得的叶型区别较大。

(2) 优化叶型主要改善了吸力面的负压情况,而压力面正压情况得到的改善相对较少,3种优化方法均使流动分离点后移。

(3) 通过多攻角目标函数优化,优化后的叶型工作攻角范围变宽。

参考文献:

- [1] 刘蕾,胡磊,郭雪岩,等.轴流风扇叶型多工况点气动优化设计[J].工程热物理学报,2019,40(11):2551-2558.
LIU Lei, HU Lei, GUO Xueyan, et al. Multi-point optimization of axial-flow fan airfoil [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2019, 40(11): 2551-2558.
- [2] ECHAVARRIA C, HOYOS J D, JIMENEZ J H, et al. Optimal airfoil design through particle swarm optimization fed by CFD and XFOIL [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2022, 44(11): 1-17.
- [3] WEI Kaijun, WU Jiali, ZHANG Junhong, et al. Aerodynamic optimization of a propeller airfoil at low Reynolds numbers [C]//Chi-

- na; 5th International Conference on Mechanical, Electric, and Industrial Engineering (MEIE 2022), 2022.
- [4] JIANG Tiejing, JIANG Liang. Optimization of UAV airfoil based on improved particle swarm optimization algorithm [J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2022, 2022: 1-12.
- [5] 常林森, 张倩莹, 郭雪岩. 基于高斯过程回归和遗传算法的翼型优化设计 [J]. 航空动力学报, 2021, 36(11): 2306-2316.
CHANG Linsen, ZHANG Qianying, GUO Xueyan. Airfoil optimization design based on Gaussian process regression and genetic algorithm [J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(11): 2306-2316.
- [6] SONG Xueyi, WANG Lin, LUO Xianwu. Airfoil optimization using a machine learning-based optimization algorithm [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2022, 2217(1): 1-9.
- [7] TAO Jun, SUN Gang, GUO Liqiang, et al. Application of a PCA-DBN-based surrogate model to robust aerodynamic design optimization [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(6): 1573-1588.
- [8] ZHANG Xinshuai, XIE Fangfang, JI Tingwei, et al. Multi-fidelity deep neural network surrogate model for aerodynamic shape optimization [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, 373: 1-25.
- [9] 鞠浩, 王旭东, 陆佳红, 等. 基于小样本神经网络与多约束的风力机翼型快速优化设计 [J]. 热能动力工程, 2022, 37(11): 176-184.
JU Hao, WANG Xudong, LU Jiahong, et al. Rapid optimization design of wind turbine airfoil based on small sample neural network and multiple constraints [J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2022, 37(11): 176-184.
- [10] PHIBOON T, KHANKWA K, PETCHARAT N, et al. Experiment and computation multi-fidelity multi-objective airfoil design optimization of fixed-wing UAV [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2021, 35(9): 4065-4072.
- [11] 赵欢. 基于代理模型的高效气动优化与气动稳健设计方法研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2020.
ZHAO huan. Research on efficient surrogate-based aerodynamic optimization and robust aerodynamic design methods [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2020.
- [12] JIANG Bingxiao, YANG Junhu, WANG Xiaohui, et al. Optimization of pumps as turbines blades based on SVM-HDMR model and PSO algorithm [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2021, 13(7): 1-13.
- [13] ZHAO Pengyue, GAO Xifeng, ZHAO Bo, et al. Machine learning assisted prediction of airfoil lift-to-drag characteristics for Mars helicopter [J]. Aerospace, 2023, 10(7): 1-17.
- [14] 张伟, 高正红, 周琳, 等. 基于代理模型全局优化的自适应参数化方法 [J]. 航空学报, 2020, 41(10): 165-176.
ZHANG Wei, GAO Zhenghong, ZHOU lin, et al. Adaptive parameterization method for surrogate-based global optimization [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(10): 165-176.
- [15] 卜月鹏, 宋文萍, 韩忠华, 等. 基于 CST 参数化方法的翼型气动优化设计 [J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(5): 829-836.
BU Yuepeng, SONG Wenping, HAN Zhonghua, et al. Aerodynamic optimization design of airfoil based on CST parameterization method [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(5): 829-836.
- [16] 张海军, 郭雪岩, 戴韧. 飞艇外形设计中曲线参数化方法的比较 [J]. 力学季刊, 2011, 32(4): 634-639.
ZHANG Haijun, GUO Xueyan, DAI Ren. Comparisons of curve parameterization methods in airship hull design [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2011, 32(4): 634-639.
- [17] RASMUSSEN C E, WILLIAMS C K I. Gaussian processes for machine learning [M]. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2006.

(丛敏编辑)